

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

TIRO PARABÓLICO OBLICUO





Fenómenos de tiro parabólico es posible observarlos en el cotidiano, así como los ejemplos de las imágenes.

Si tú debes patear un balón de futbol y el propósito es hacer que llegue lo más lejos posible en la cancha ¿qué variables tendrías que tomar en cuenta?:

.....

¿Qué características tiene el movimiento de proyectiles?

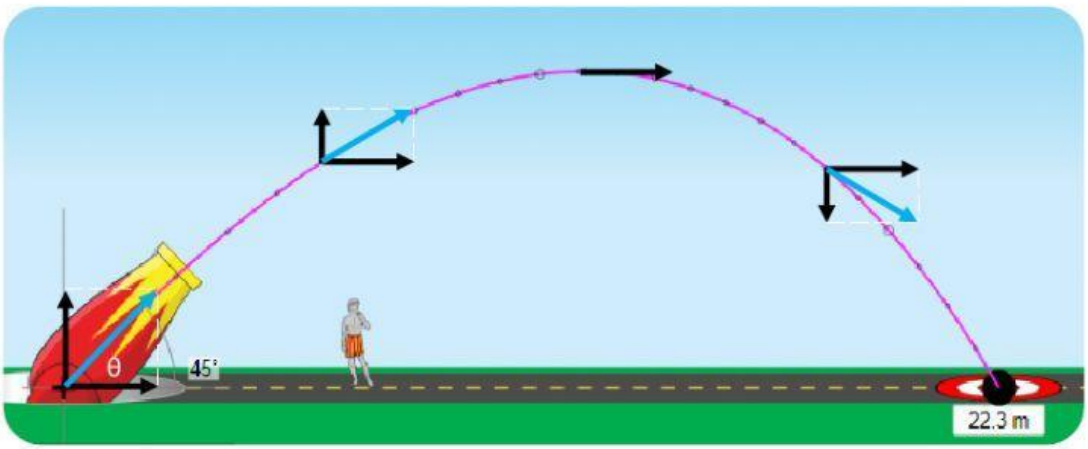
Su movimiento describe una trayectoria parabólica, y resulta de la composición de un movimiento horizontal uniforme (MRU) y el de un movimiento vertical de caída libre (MRUV).

Para su análisis se debe tomar en cuenta las siguientes restricciones:

- Se desprecia la fricción del aire
- Es aplicable sólo para alturas pequeñas, considerando "g" constante
- Se desprecia la redondez de la Tierra, porque se aplica para alcances pequeños.
- La velocidad de lanzamiento no debe ser muy grande, de lo contrario el móvil podría adquirir trayectoria elíptica y rotar alrededor de la Tierra.

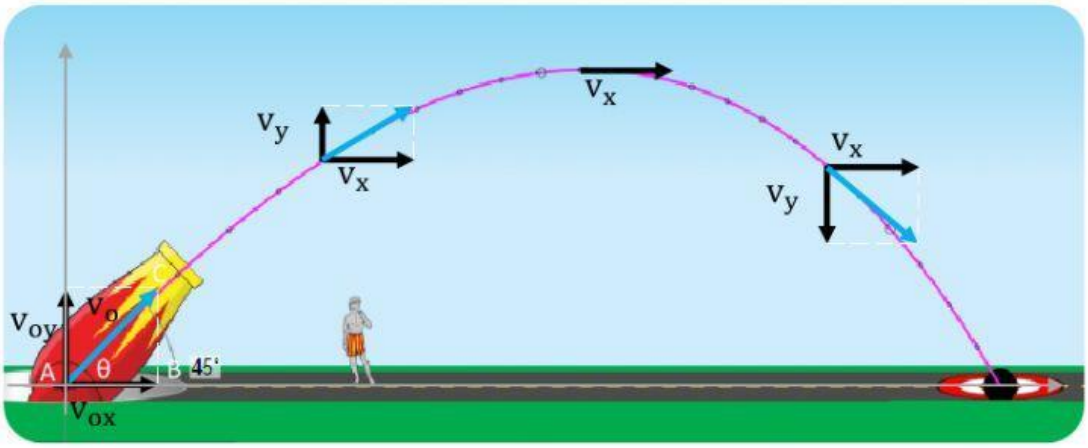
Características del Movimiento parabólico:

a) Forma de la trayectoria: PARÁBOLA





b) Velocidad del movimiento horizontal: CONSTANTE



En el triángulo rectángulo ABC:

$$\cos\theta = \frac{v_{ox}}{v_o} \Rightarrow \boxed{v_{ox} = v_o \cos\theta}$$

donde: v_o = velocidad inicial de lanzamiento

v_{ox} = componente horizontal de la velocidad inicial

pero: $v_{ox} = v_o =$ se mantiene constante

por tanto: $\boxed{v_x = v_o \cos\theta}$

c) Velocidad vertical: UNIFORMEMENTE VARIADO

En el triángulo rectángulo ABC:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{v_{oy}}{v_o} \Rightarrow \boxed{v_{oy} = v_o \,\text{sen}\theta}$$ velocidad vertical inicial

para velocidad vertical en un punto cualquiera de la trayectoria, se tiene que:

$$v_y = v_{oy} - gt$$

como $v_{oy} = v_o \,\text{sen}\theta$

$$\boxed{v_y = v_o \,\text{sen}\theta - gt}$$

(cuando la v_y tiene signo negativo indica que el proyectil está en descenso)



Para cálculo de la velocidad y dirección del proyectil en cualquier instante, se recurre a:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad ; \quad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

d) Tiempo "t" para altura máxima "H"

Se sabe que: $v_y = v_o \operatorname{sen}\theta - gt$

como a la altura máxima la $v_y = 0$

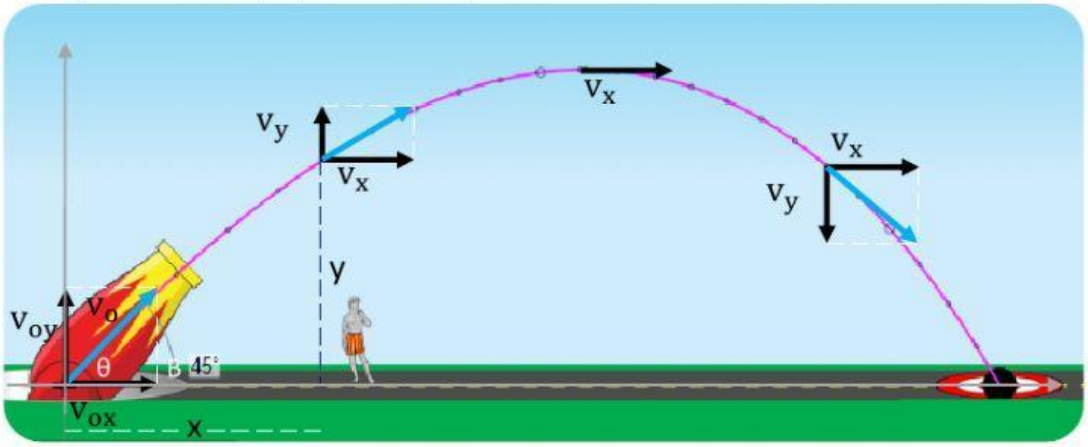
se tiene $\overset{0}{\cancel{v_y}} = v_o \operatorname{sen}\theta - gt$

luego $$t = \frac{v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$$

como este tiempo corresponde al logro de la altura máxima, es el mismo tiempo que le llevará en descender al proyectil, luego el tiempo de vuelo o tiempo total viene a ser:

$$t = \frac{2\, v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$$

e) Posición del proyectil en cualquier instante



Para obtener la ecuación para calcular el **desplazamiento horizontal**, recurrimos a:

$$x = v_x \,.\, t$$

Como $v_x = v_o \cos\theta$

La ecuación es: $x = v_o \cos\theta \; t$



Para el **desplazamiento vertical**, la ecuación obtenida es a partir de:

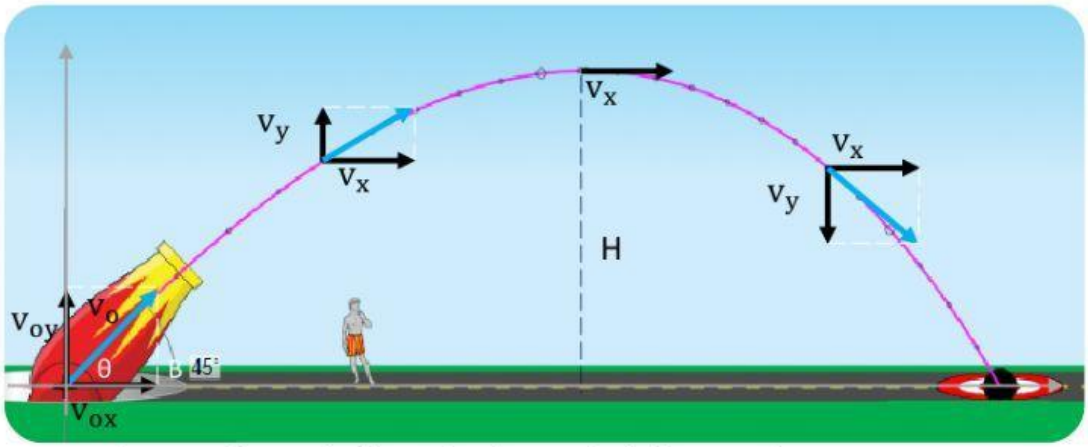
$$y = v_{oy}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

Como $v_{oy} = v_o \operatorname{sen}\theta$

Reemplazando la ecuación queda:

$$y = v_o \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

f) Altura máxima "H"

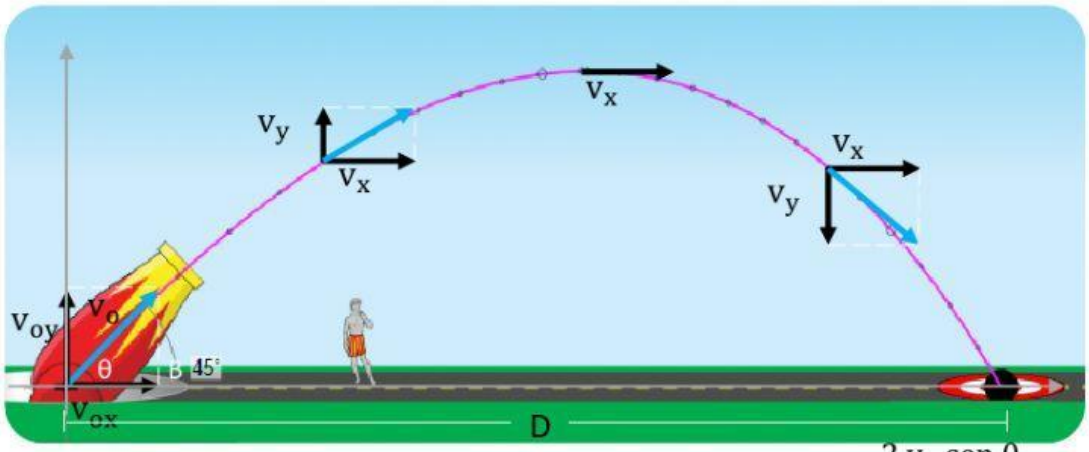


La ecuación queda determinada a partir de las ecuaciones:

(1) $y = v_o \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$; (2) $t = \frac{v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$

$$y = H = \frac{v_o^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g}$$

g) Alcance horizontal máximo "D"



Como el tiempo de vuelo del proyectil responde a: $t = \frac{2\, v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$

y el desplazamiento horizontal es: $x = v_o \cos\theta\ t$



reemplazando t en la ecuación de desplazamiento horizontal, se tiene:

$$x = D = \frac{{v_o}^2 \operatorname{sen}(2\,\theta)}{g}$$

Características particulares del movimiento parabólico:



1. Cuando el proyectil regresa al plano de lanzamiento, el ángulo que forma con el plano es igual al ángulo de lanzamiento.
2. La velocidad con que el proyectil regresa al nivel del plano de lanzamiento es igual a la velocidad con que salió.
3. El ángulo de máximo alcance horizontal es de 45°
4. Si un proyectil es lanzado con la misma velocidad que otro, pero formando un ángulo de tiro complementario, el proyectil tiene el mismo avance horizontal.

Lanzamiento de satélites:



Un satélite es lanzado con una velocidad tal que logra describir una elipse y empieza a girar alrededor de la Tierra. La velocidad de lanzamiento de un satélite es aproximadamente de 9.7 km/s; si se lanza con una velocidad menos, entonces su trayectoria es parabólica y aún regresa a Tierra.

Velocidad de escape:



Desafío de conocimientos y capacidad de análisis e interpretación

1. Si la velocidad de lanzamiento de un satélite es menor a 9.7 km/s, la trayectoria de su movimiento llegará a ser:

   elíptica rectilínea parabólica

2. En el lanzamiento del balón, la aceleración de la gravedad "g":



   es nula

   varía uniformemente

   es constante

3. La ecuación que permite calcular la velocidad del proyectil en cualquier instante es:

   $v_{ox} = v_o \cos\theta$ $v_y = v_o \operatorname{sen}\theta - gt$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

4. La componente horizontal de la velocidad del proyectil en el punto máximo de altura:

   es máxima es nula se mantiene constante

5. Al lanzar un proyectil con un ángulo mayor a 45°, el alcance horizontal:

   va aumentando siempre es el mismo va disminuyendo

6. La componente vertical del movimiento del proyectil se ve afectada por la aceleración constante de la gravedad, de modo que:

   La componente vertical de la velocidad inicial va disminuyendo a medida que sube el proyectil

   La componente vertical de la velocidad inicial se mantiene constante a medida que sube el proyectil

7. Se tiene dos balones de futbol, uno es pateado con un ángulo de elevación de 75° y el otro con una elevación de 15° ¿cuál de los balones logra mayor alcance máximo?



   El balón lanzado con una elevación de 15°

   El balón lanzado con una elevación de 75°

   Ambos balones



8. Messi patea la pelota que sale disparada a razón de 15m/s y haciendo un ángulo de 37° con el piso. Juan Carlos Arce que se encuentra a 25 metros de distancia y delante de Messi corre para quitar la pelota ¿con qué velocidad debe correr Arce para recoger la pelota en el momento en que ésta llega al piso? ($g=9.8\ m/s^2$)



(expresar los datos hallados con dos decimales)
Realizando los cálculos:

- El alcance máximo horizontal de la pelota es de: .....metros
- La distancia que corre Arce para recoger la pelota es de: .....metros
- El tiempo de vuelo de la pelota es de: .....segundos

Con los datos hallados, el cálculo de la velocidad con el que debe correr Arce para recoger la pelota es de: .....m/s

9. El motociclista salta desde la rampa de ángulo de elevación de 30° como se observa en la imagen. ¿Con qué velocidad deberá efectuar el salto el motociclista para aterrizar en el otro lado donde está un promontorio de tierra y adecuada con el mismo ángulo de la rampa? Se conoce que la distancia "x" es de 34.35m ($g=9.8m/s^2$)

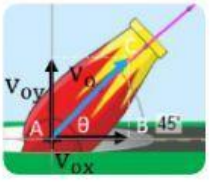


Realizando los cálculos, el motociclista deberá realizar el salto con una velocidad de:
R.-

10. Con relación al anterior problema, se tiene el dato de que la altura de la rampa desde el piso es de 4 metros, con esta información y los datos proporcionados y calculados anteriormente ¿cuál será la altura máxima (medida desde el piso) que logra alcanzar el motociclista durante su salto?
R.-

A continuación, parea los datos de las columnas





- ❖ Movimiento parabólico
- ❖ El Teorema de Pitágoras permite
- ❖ Trayectoria parabólica
- ❖ La velocidad inicial tiene dos componentes
- ❖ Resultado de movimiento horizontal uniforme y el de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente variado
- ❖ El valor de la velocidad en cualquier punto de la trayectoria parabólica



Ahora que estudiamos el movimiento parabólico:

¿Qué variables tendrías que tomar en cuenta si tú como arquero debes hacer el saque de arco?:

.....

.....

Referencias Bibliográficas

Gómez, J. (2007). *Física Teoría y Problemas.* Lima: Gómez.

Goñi, J. (1997). *Física General.* Lima: LATINAS EDITORES

Lara, J. (Sin fecha) VADEMECOM "Mecánica". Sucre, Bolivia: La luz al final del túnel Editorial

Slisko, J. (2010). *Física El Gimnasio de la Mente 1.* Naucalpan de Juárez, Edo. de México: PEARSON.