

Завдання 1

Розв'язати рівняння $\sqrt[4]{2x-2} = 2$

Розв'язок

$$\sqrt[4]{2x-2} = 2 \text{ Знаходимо ОДЗ: } \begin{aligned} 2x-2 &> 0; \\ 2x &> 2; \\ x &> 1 \end{aligned}$$

Підносимо обидві частини рівняння до 4 степені

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{2x-2} &= 2 \\ \left(\sqrt[4]{2x-2}\right)^4 &= 2^4 \\ 2x-2 &= 16; \\ 2x &= 18; \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Відповідь: $x = 9$

Завдання 2

Розв'язати рівняння $\sqrt{x+1} = x-1$

Розв'язок

$$\sqrt{x+1} = x-1. \text{ Знаходимо ОДЗ: } \begin{cases} x+1 \geq 0; \\ x-1 \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1; \\ x \geq 1; \end{cases} \Rightarrow x \geq 1$$

Підносимо дві частини рівняння до квадрату

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{x+1}\right)^2 &= (x-1)^2; \\ x+1 &= x^2 - 2x + 1; \\ x^2 - 3x &= 0; \\ x(x-3) &= 0; \\ x &= 0; x = 3 \end{aligned}$$

Корінь $x = 0$ не задовольняє ОДЗ.

Відповідь: $x = 3$

Завдання 3

Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x^2} - 3 = 0$

Розв'язок

Робимо заміну: $\sqrt[3]{x} = t; \sqrt[3]{x^2} = t^2$. Підставимо у рівняння, отримаємо:

$$t + 2t^2 - 3 = 0;$$

$$2t^2 + t - 3 = 0;$$

$$D = 1 + 24 = 25;$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4};$$

$$t_1 = 1; t_2 = -\frac{3}{2}$$

Повертаємось до змінної x :

$$\begin{array}{ll} \sqrt[3]{x} = 1; & \sqrt[3]{x} = -\frac{3}{2}; \\ x = 1 & x = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} \end{array}$$

Відповідь: $x = 1; x = -\frac{27}{8}$

Завдання 4

Розв'язати рівняння $x^2 - x + 9 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 12$

Розв'язок

$$\begin{array}{l} x^2 - x + 9 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 12. \text{ Знаходимо ОДЗ: } x^2 - x + 9 > 0; \\ x^2 - x + 9 = 0; \\ D = 1 - 36 = -35 < 0 \end{array}$$

Тоді $x^2 - x + 9 > 0$; при $x \in \mathbb{R}$

Робимо заміну: $\sqrt{x^2 - x + 9} = t; x^2 - x + 9 = t^2$, але ОДЗ: $t > 0$

Підставляємо у рівняння

$$t^2 + t = 12;$$

$$t^2 + t - 12 = 0;$$

$$t_1 = -4; t_2 = 3$$

Так як $t_1 = -4 < 0$, то цей корінь не задовольняє ОДЗ.

Розглянемо $t_2 = 3$. Повернемося до змінної x

$$\sqrt{x^2 - x + 9} = 3 \text{ Підносимо до квадрата}$$

$$\left(\sqrt{x^2 - x + 9}\right)^2 = 3^2;$$

$$x^2 - x + 9 = 9;$$

$$x^2 - x = 0;$$

$$x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1$$

Відповідь: $x_1 = 0; x_2 = 1$