



Clasa IX

Fișă de lucru – Progresii

1. Determinați al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ...
2. Calculați suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.
3. Calculați suma $1+5+9+13+\dots+25$.
4. Determinați al nouălea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și primul termen este 243.
5. Calculați suma $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4}$.
6. Determinați numărul real x , știind că $2^x - 1$, 4^x și $2^{x+1} + 3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
7. Determinați numărul real x , știind că $x - 3$, 4 , $x + 3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
8. Calculați suma $1+3+5+\dots+21$.
9. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_3 = 5$ și $a_6 = 11$. Calculați a_9 .
10. Calculați suma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$.
11. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 1$ și $a_5 = 13$. Calculați a_{2008} .
12. Determinați rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_{10} - a_2 = 16$.
13. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 4$. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei.
14. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ în care $b_1 = 2$ și $b_2 = 6$. Calculați b_5 .
15. Determinați numărul real x , știind că șirul $1, 2x+1, 9, 13, \dots$ este progresie aritmetică.
16. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Calculați a_7 .
17. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_2 = 5$ și $r = 3$. Calculați a_8 .
18. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ în care $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$. Calculați b_4 .
19. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 7$ și $a_2 = 37$. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei.
20. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Calculați suma primilor 10 termeni ai progresiei.
21. Calculați suma $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 111$.
22. Determinați numărul real x știind că numerele $x+1$, $2x - 3$ și $x - 3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
23. Determinați numărul real pozitiv x știind că șirul $1, x, x+2, 8, \dots$ este progresie geometrică.
24. Determinați suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 5$.
25. Determinați numărul real x știind că numerele $5 - x$, $x + 7$ și $3x + 11$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.
26. Determinați suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, știind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este egală cu 4.
27. Calculați al cincilea termen al unei progresii aritmetice știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.
28. Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ știind că $b_1 = 3$ și $b_2 - b_1 = 3$.
29. Să se demonstreze că șirul cu termenul general $a_n = 2n + 3$, verifică relația $a_{n+1} - a_n = 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
30. Determinați numărul real x , știind că numerele $x - 1$, $x+1$ și $2x - 1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.



31. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = -2x + 3$. Arătați că numerele $f(1)$, $f(0)$ și $f(-3)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
32. Calculați suma $2+5+8+ \dots +26$.
33. Determinați al patrulea termen al unei progresii geometrice în care primul termen este egal cu 16, iar rația este $\frac{1}{2}$.
34. Determinați termenul al patrulea al unei progresii aritmetice știind că primul termen este 2 și rația este 3.
35. Calculați suma $2 + 12 + 22 + \dots + 92$.
36. Calculați suma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^6$.
37. Calculați suma $S = 1 + 5 + 9 + \dots + 25$.
38. Calculați produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, care are primul termen $\sqrt{2}$ și rația egală cu $-\sqrt{2}$.
39. Determinați numărul real x , știind că numerele $x - 1$, $2x - 2$ și $x + 3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
40. Determinați numărul real x , știind că numerele $x - 1$, $x+1$ și $2x + 5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
41. Determinați produsul primilor trei termeni consecutivi ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ știind că primul termen este egal cu 1 și rația este $q = -2$.
42. Fie $(a_n)_n$ un șir în progresie aritmetică. Aflați primul termen și rația dacă
- a) $\begin{cases} a_2 - a_6 + a_4 = -7 \\ a_8 - a_7 = 2a_4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} a_1 + a_5 + a_9 = -39 \\ S_8 = -92 \end{cases}$ c) $\begin{cases} S_7 = 7 \\ a_3 + a_6 + a_7 = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} a_1 + a_5 + a_9 = -39 \\ S_8 = -92 \end{cases}$
43. Fie $(b_n)_n$ un șir în progresie geometrică. Aflați primul termen b_1 și rația q dacă
- a) $\begin{cases} b_5 - b_1 = 160 \\ b_4 - b_2 = 48 \end{cases}$ b) $\begin{cases} b_5 - b_1 = 15 \\ b_4 - b_2 = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} b_5 - b_1 = 160 \\ b_4 - b_2 = 48 \end{cases}$ d) $\begin{cases} b_5 - b_1 = 80 \\ b_4 - b_2 = 24 \end{cases}$
44. Determinați $x \in R$ astfel încât $x + 3$, 9 , $x - 3$ să fie în i) progresie aritmetică ii) progresie geometrică
45. Dacă a) $S_n = 2n^2 + 2n$, $n \geq 1$, b) $S_n = 3^n + 1$, $n \geq 1$, c) $S_n = 2^n - 1$, $n \geq 1$ reprezintă suma primilor n termeni ai șirului $(a_n)_n$, atunci:
- a) determinați a_n
- b) stabiliți dacă șirul $(a_n)_n$ este în progresie aritmetică sau în progresie geometrică.
46. Calculați sumele:
- a) $1+4+7+11+\dots+100$ b) $3+3^2+3^3+\dots+3^{20}$ c) $3+7+11+15+\dots+119$
- d) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{25}}$ e) $2+5+8+11+\dots+101$ f) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{15}}$
- g) $3+7+11+15+\dots+119$ h) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{25}}$
47. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ cu termenul general $a_n = 7n - 12$, $n \geq 1$.
- a) Stabiliți dacă șirul este o progresie aritmetică sau geometrică și apoi calculați primii patru termeni.
- b) Stabiliți care dintre numerele de mai jos este termen al șirului $(a_n)_{n \geq 1}$: 13.988; 235; 688.
48. Arătați că dacă numerele a, b, c sunt în progresie aritmetică, atunci și numerele $A_1 = a^2 - bc$, $A_2 = b^2 - ca$, $A_3 = c^2 - ab$ sunt, de asemenea, în progresie aritmetică.
49. Suma primilor n termeni, ai unui șir de numere reale, este dată de formula: $S_n = 3^n - 9$.
- a) Calculați primii cinci termeni ai șirului.
- b) Determinați termenul general al șirului.
- c) Decideți dacă acest șir este o progresie aritmetică sau geometrică.



50. Fie șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ cu termenul general $b_n = 3 \cdot (\sqrt{2})^n$
- a) Stabiliți dacă șirul dat este o progresie aritmetică sau geometrică.
b) Stabiliți care din numerele 24 și 81 este termen al progresiei ?
51. Calculați:
- a) $S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$;
b) $S_2 = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.
52. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se știe că $3a_1^2 + a_4^2 + 6a_1 - 10a_4 + 28 = 0$. Determinați a_{10} .
53. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n \geq 1}$ se știe că rația este $q = 2$, iar suma primilor n termeni este egală cu 3069, unde $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Determinați a_8 .
54. Dacă $a_3 - a_1 = 6$ și $a_4 - a_3 = 3$ aflați a_1 , r și S_{15} .
55. Dacă $a_1 + a_2 = 8$ și $a_3 + a_5 = 18$ aflați a_1 , r și S_{20} .
56. Determinați al 100-lea termen al șirului 4,7,10,...
57. Determinați al 58-lea termen al șirului -5,-2,1,4,...
58. Determinați primul termen al unei progresii aritmetice știind că rația este 5 și suma primilor zece termeni este 245.
59. Calculați produsul primilor zece termeni ai unei progresii aritmetice știind că primul termen este -3 și rația este 3.
60. Se consideră progresia geometrică (b_n) , în care $b_1 = 3$ și $q = -1$. Determinați b_8 .
61. Aflați suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice știind că $b_1 + b_2 = 8$ și $b_2 - b_1 = 4$.
62. Determinați numărul real x , știind că numerele $x-2$, x și $2x+4$ sunt în progresie aritmetică.
63. Determinați primul termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{4}$, iar suma primilor patru termeni este $\frac{85}{64}$.
64. Dacă $S_n = 3n^2 - 3n, n \geq 1$ reprezintă suma primilor n termeni ai șirului $(a_n)_n$ atunci :
- a) determinați a_n
b) stabiliți dacă șirul $(a_n)_n$ este în progresie aritmetică sau în progresie geometrică.
65. Determinați primul termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{4}$, iar suma primilor patru termeni este $\frac{85}{64}$.
66. Calculați sumele:
- a) $S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{11}}$ b) $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{20}}$.
67. Aflați x dacă $1+4+7+\dots+x=117$
68. Aflați x dacă $1+5+9+\dots+x=231$
69. Fie $(a_n)_n$ un șir în progresie aritmetică. Aflați primul termen și rația dacă $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ și $a_6 - a_2 = 8$.
70. Calculați sumele: a) $S = 1 + 5 + 9 + \dots + 2009$ b) $T = 1 + 7 + 13 + \dots + 2011$
71. Calculați sumele: a) $S = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^9$ b) $T = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{10}$
72. Șirul $(a_n)_n$ are proprietatea că $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 3^n + 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.
- a) Determinați primii trei termeni ai șirului.
b) Determinați termenul general al șirului $(a_n)_n$ și arătați că șirul este în progresie geometrică.
73. Șirul $(a_n)_n$ are proprietatea că $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 5^n - 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.
- a) Determinați primii trei termeni ai șirului.
b) Determinați termenul general al șirului $(a_n)_n$ și arătați că șirul este în progresie geometrică.



74. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_n$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Calculați a_7 și S_7 .
75. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_n$ în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 4$. Calculați a_{10} și S_{10} .
76. Numerele reale a, b, c sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice și au suma egală cu 84. Dacă în plus numerele sunt respectiv primul, al patrulea și al zecelea termen al unei progresii aritmetice, aflați cele trei numere.
77. Dacă $S_n = 2n^2 + 2n$, $n \geq 1$ reprezintă suma primilor n termeni ai șirului $(a_n)_n$, atunci :
- a) determinați a_n b) stabiliți dacă șirul $(a_n)_n$ este în progresie aritmetică sau în progresie geometrică.
78. Numerele reale a, b, c sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice și au suma egală cu 78. Dacă în plus numerele sunt respectiv primul, al patrulea și al treisprezecelea termen al unei progresii aritmetice, aflați cele trei numere.
79. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ primul termen este $a_1 = 5$, iar rația este 4. Arătați că
- $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{20}$ se divide cu 3125.
80. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se știe că $3a_1^2 + a_4^2 + 6a_1 - 10a_4 + 28 = 0$. Să se determine a_{10} .
81. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n \geq 1}$ se știe că rația este $q = 2$, iar suma primilor n termeni este egală cu 3069, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$. Să se determine a_8 .
82. Determinați trei numere întregi, în progresie aritmetică cu rația 4, știind că produsul lor este egal cu 1989.
83. Se consideră șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, unde $x_0 = a$, $x_1 = b$, cu $a < b$, iar $x_{n+1} = 3x_n - 2x_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că șirul $(y_n)_{n \geq 1}$ este o progresie geometrică, unde
- $y_n = x_n - x_{n-1}$.