

GRADO: NOMBRE Y APELLIDO:

Esperanza matemática.

Cuando el famoso astrónomo Christian Huygens (1629-1695) no estaba observando los cielos, se dedicaba a estudiar, entre otras disciplinas, la probabilidad en los juegos de azar. Fue él quien introdujo el concepto de esperanza matemática en su obra de 1656 titulada: *Razonamientos acerca de los juegos de azar*.

Huygens encontró que las apuestas se podían clasificar de tres formas, según el valor esperado:

- 1) Juegos con ventaja: $E(X) > 0$
- 2) Apuestas justas: $E(X) = 0$
- 3) Juego en desventaja: $E(X) < 0$



La **esperanza matemática** de una variable aleatoria X , es el número que expresa el valor medio del fenómeno que representa dicha variable. La **esperanza matemática**, también llamada valor esperado, es igual al sumatorio de las probabilidades de que exista un suceso aleatorio, multiplicado por el valor del suceso aleatorio.

$$E(x) = \sum P_i \cdot x_i$$

Donde: P_i es la probabilidad del suceso y x_i es el valor respectivo a la variable

Ejemplo:

En una caja se tiene 12 canicas: 8 azules y 4 rojas. El juego consiste en extraer una canica, si es azul gana S/. 40 y pierde S/. 80 si es roja. ¿Cuál es la esperanza de ganar al extraer una canica?

Solución:

Primero calculemos la probabilidad de ganar y la probabilidad de perder.

$$\text{Probabilidad de ganar} \rightarrow Pg = \frac{8}{12} \quad \text{Probabilidad de perder} \rightarrow Pp = \frac{4}{12}$$

Una vez que conocemos las probabilidades, aplicamos la ecuación de esperanza matemática.

$$\begin{aligned} \text{La esperanza matemática} \rightarrow E(x) &= (40) \frac{8}{12} - (80) \frac{4}{12} \\ E(x) &= \frac{80}{3} - \frac{80}{3} \end{aligned}$$

Como la esperanza matemática es cero (0); es decir, $E(x) = 0$ podemos decir que es juego es justo. Se tiene las mismas probabilidades de ganar que de perder.

Es hora que hagas unos ejercicios guiados..!

- 1) Un sindicato al negociar salarios intuye que las probabilidades son: 40%; 30%; 20% y 10% que los trabajadores consigan una aumento de € 1.5 por hora, € 1 por hora, € 0,50 por hora o ningún aumento, respectivamente. ¿Cuál es el aumento esperado?

Solución:

$$P(1,5) = \text{---} \quad P(1) = \text{---} \quad P(0,5) = \text{---} \quad P(0) = \text{---}$$

Luego la esperanza matemática es:

$$E(x) = (\quad) \text{---} + (\quad) \text{---} + (\quad) \text{---} + (\quad) \text{---}$$

$$E(x) = \quad \text{€}$$

2) Un contratista debe elegir entre dos obras. La primera promete una ganancia de \$240000, con una probabilidad de 0.75 o una pérdida de \$60000 (debido a huelgas y otras demoras), con una probabilidad de 0.25; la segunda obra promete una ganancia de \$360000 con una probabilidad de 0.5 o con una pérdida de \$90000 con una probabilidad de 0.5.

- ¿Cuál debería elegir el contratista, si quiere maximizar la ganancia esperada?
- ¿Cuál sería la obra que probablemente escogería si su negocio anduviera mal y quebrara a menos de que lograra una ganancia de \$300000 en su próxima obra?

Solución:

Obra “A”: promete una ganancia de \$240000, con una probabilidad de 0.75 o una pérdida de \$60000 (debido a huelgas y otras demoras), con una probabilidad de 0.25

$$\text{Probabilidad de ganancia} \rightarrow P(240000) = \text{---}$$

$$\text{Probabilidad de perdida} \rightarrow P(60000) = \text{---}$$

La esperanza de la **Obra “A”** sería:

$$E(x) = (\quad) \text{---} - (\quad) \text{---}$$

$$E(x) = \quad - \quad = \quad \text{\$}$$

Obra “B” : promete una ganancia de \$360,000 con una probabilidad de 0.5 o con una pérdida de \$90,000 con una probabilidad de 0.5

$$\text{Probabilidad de ganancia} \rightarrow P(360000) = \text{---}$$

$$\text{Probabilidad de perdida} \rightarrow P(90000) = \text{---}$$

La esperanza de la **Obra “B”** sería:

$$E(x) = (\quad) \text{---} - (\quad) \text{---}$$

$$E(x) = \quad - \quad = \quad \text{\$}$$

Respuesta a la pregunta (a): El contratista debe tomar la obra “ ”

Respuesta a la pregunta (b): El contratista debe tomar la obra “ ”

Ahora te toca resolver los ejercicios propuestos..!

1) Si una persona compra una papeleta en una rifa, en la que puede ganar de 5.000 € ó un segundo premio de 2000 € con probabilidades de: 0.001 y 0.003. ¿Cuál sería el precio justo a pagar por la papeleta?

Respuestas: €

1. Un jugador lanza dos monedas. Gana 1 € si aparece una cara ó 2 € si aparecen dos caras. Por otra parte pierde 5 € si no aparece cara. Determinar la **esperanza matemática** del juego y si éste es **favorable** o **desfavorable**. Considera el siguiente espacio muestral para resolver el ejercicio $E = \{(c,c);(c,s);(s,c);(s,s)\}$

Respuestas:

La esperanza es: /

El juego es:

2. Cuatro personas apuestan 1 € a que saldrá un número en un dado, cada uno a un número diferente. Entonces por cada euro apostado si se gana recibes 3 euros más. Determinar la **esperanza matemática** del juego y si éste es **favorable** o **desfavorable**.

Respuestas:

La esperanza es: /

El juego es:

3. Calcular la esperanza matemática de una operación en la bolsa de valores en la que podamos ganar 1000 euros con probabilidad 20% o podamos perder 200 euros con probabilidad 80%

Respuestas:

La esperanza es: euros

4. Si un casino paga 35 euros por cada euro apostado en la ruleta francesa; la cual, tiene 37 números, del 0 al 36 y siendo la probabilidad de que salga el número elegido $1/37$, y la probabilidad de que salga cualquier otro es $36/37$. Determina la esperanza matemática de ganar si se apuesta un euro a un número favorito y si este juego es **favorable** o **desfavorables**.

Respuestas:

La esperanza es: /

El juego es: