

Иррациональные неравенства

Неравенство вида $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$, где $n \in \mathbb{N}$, равносильно совокупности двух систем неравенств

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > (g(x))^{2n}; \end{cases} \quad \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

1. Решите неравенство $\sqrt{x+3} > x+1$.

Так как показатель корня число четное, то неравенство равносильно совокупности двух систем неравенств:

$$\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x+3 > (x+1)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x+3 < 0, \\ x+3 \geq 0. \end{cases}$$

Решением первой системы будет промежуток [;).

Решением второй системы является промежуток [;).

Решением неравенства является объединение решений первой и второй системы [;) $\cup$ [;) = [;).

Ответ: [;).

2. Решите неравенство $\sqrt{x^2+18} \geq 2-x$.

Выберете несколько верных вариантов ответов

- A) $[2; +\infty)$
- B) $[-3,5; 2)$
- C) $[-3; +\infty)$
- D) $(-3,5; +\infty)$
- E) $[-3,5; +\infty)$
- F) $[-3,5; 0) \cup [0; 2)$
- G) $[-3,5; 2] \cup (2; +\infty)$
- H) $[-3; -0) \cup [0; +\infty)$

Неравенство вида $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$, где $n \in \mathbb{N}$, равносильно системе
 неравенств
$$\begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) < (g(x))^{2n}. \end{cases}$$

3. Решите неравенство $\sqrt{(x+2)(x-5)} < 8-x$.

Если в полученном ответе есть

$+\infty$, то вводите + Б, а если $-\infty$, то вводите - Б.

Ответ: $(\boxed{}; \boxed{}] \cup [\boxed{}; \boxed{} \boxed{})$