

ÁREA: MATEMÁTICA NIVEL: SECUNDARIO PROFESOR: LEUDY J, CALANCHE U

FUNCIONES CONTINUAS Y DISCONTINUAS

GRADO:

NOMBRE Y APELLIDO:

Definición formal

Una función f es **continua en el punto** $x = a$; si el límite de la función por ambos lados de " a " coincide con su imagen $f(a)$, es decir, f es continua en " a " si:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} (x) = f(a) \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} (x) = f(a)$$

Si esto no ocurre, o bien, no existe $f(a)$, se dice que f es **discontinua en el punto** $x = a$.
Una función es **continua** si es continua en todos los puntos de su dominio.

Ejercicios 1:

Determinar el valor del parámetro " a ", para que la siguiente función definida a trozos sea continua en $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ ax - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Paso 1 : Calcular $f(a)$ donde $a = 1$

$$f(1) = (\quad) + 3 =$$

Paso 2: Calcular el límite inferior.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (1) =$$

Paso 3: Calcular el límite superior.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (1) =$$

Paso 4: Igualar los límites superior e inferior y despejar el parámetro " a ":

$$= \rightarrow a =$$

Ejercicios 2:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador a cero (0)

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \text{ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida.

$$\left. \begin{array}{l} a = \\ b = \\ c = \end{array} \right\} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x_1 = \quad \text{y} \quad x_2 =$$

Por lo tanto la función es discontinua en $x_1 =$ y $x_2 =$

Ejercicios 3:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $f(x) = \frac{2}{x^2 + 2x + 1}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador de la función a cero (0)

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow \text{ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida en el paso anterior.

El único punto de discontinuidad es en $x =$

Ejercicios 4:

Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

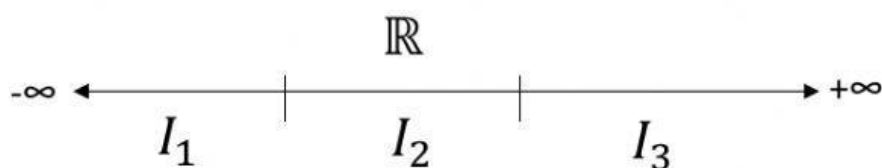
Solución:

Paso 1 : Igualar el radicando a cero (0) y despejar la variable "x"

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = \quad \rightarrow x = \pm$$

Por lo tanto la función tienes dos puntos de discontinuidad $x_1 =$ y $x_2 =$

Paso 2: Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$$x = -4 \rightarrow x^2 - 4 = (\quad)^2 - 4 = \quad -4 =$$

Intervalo 2:

$$x = 0 \rightarrow x^2 - 4 = (\quad)^2 - 4 = \quad -4 =$$

Intervalo 3:

$$x = 4 \rightarrow x^2 - 4 = (\quad)^2 - 4 = \quad -4 =$$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

a) La función es continua en $(-\infty; \quad] \cup [\quad ; \infty)$

b) La función tiene un salto en el intervalo $(\quad ; \quad)$

Ejercicios 5:

Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función:

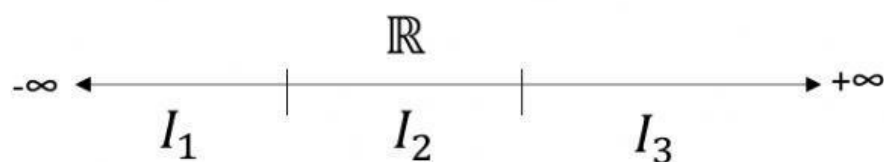
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1x - 10}$$

Solución:

Paso 1: Igualando el radicando a cero (0) y resolviendo la ecuación cuadrática, se tiene:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow x_1 = \quad \text{y} \quad x_2 =$$

Paso 2 : Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$$x = -9 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\quad)^2 + 3(\quad) - 10 =$$

Intervalo 2:

$$x = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\quad)^2 + 3(\quad) - 10 =$$

Intervalo 3:

$$x = 9 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\quad)^2 + 3(\quad) - 10 =$$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

a) La función es continua en $(-\infty; \quad] \cup [\quad ; \infty)$

b) La función tiene un salto en el intervalo $(\quad ; \quad)$

Ejercicios 6:

Determinar si la siguiente función definida a trozos es continua o discontinua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-2} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{3x}{2x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Solución :

Paso 1 : Calcular $f(a)$ donde $a = 3$

$$f(a) = f(3) =$$

Paso 2: Calculas el límite superior.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (3) =$$

Paso 2: Calculas el límite inferior.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (1) =$$

Conclusión: La función es :

Ejercicios 7:

Verifica si la veracidad de decir que la función $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$, es continúa en el punto $x = 3$

Solución:

La función es :

Ejercicios 8:

Verifica si la función $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$, es continúa.

Solución:

La función es :