

RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

Nociones básicas

Hasta el momento conocemos figuras geométricas ubicadas solo en un plano tales como el triángulo, el cuadrilátero, la circunferencia, etc. Sin embargo, en nuestra vida cotidiana observamos que en nuestro entorno existen objetos que no están ubicados en un solo plano tales como una caja una columna, un edificio, etc, esto nos hace ver la necesidad de analizar la forma y extensión de los objetos ubicados en el espacio, lo cual se puede hacer representándolos mediante figuras geométricas espaciales denominados sólidos geométricos para esto también será necesario tener un manejo adecuado de las rectas planos, ángulos diedros, etc. Y sobre todo paciencia, orden y perseverancia por parte del alumnado.



Figura en el plano

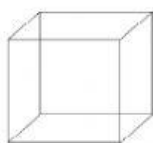


Figura en el Espacio

❖ RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

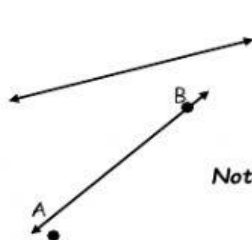
NOCIONES BÁSICAS.-

Representación gráfica de un punto



Notación.- Punto A

Representación gráfica de una recta

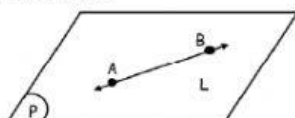


Notación.- Recta L

Notación.- Recta AB ó $\overleftrightarrow{AB}$

PLANO

Se denomina superficie plana o plano a una superficie tal que la recta que une a dos puntos cualesquiera tiene todos sus otros puntos en la misma superficie todo plano se supone de extensión ilimitada, la mayor parte de los objetos planos que observamos son porciones de plano de forma rectangular por esta razón y ante la imposibilidad de representar los planos indefinidos adoptaremos la representación convencional por regiones paralelogramicas que es el aspecto que tiene aproximadamente los rectángulos vistos en perspectiva desde cierta distancia.

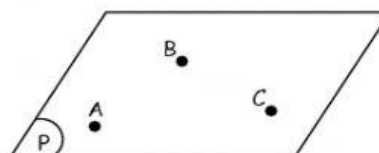


Notación.- Plano P: $\square P$

➤ DETERMINACIÓN DE UN PLANO

Un plano P queda determinado en uno de los 4 casos.

1. **Teorema.-** Tres puntos no colineales determinan un plano.

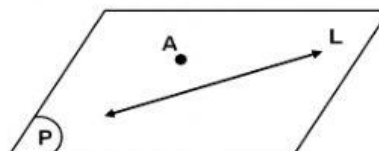


Si: A, B, C son puntos no colineales.

⇒

A, B y C determina el plano P

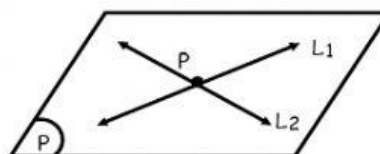
2. **Teorema.-** Una recta y un punto que no pertenece a ella determinan un plano.



Si: $A \notin L$ ⇒

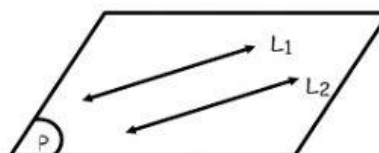
A y L determina al plano P

3. **Teorema.-** Dos rectas secantes determinan un plano.



Si: $\overleftrightarrow{L_1} \cap \overleftrightarrow{L_2} = \{P\} \Rightarrow \overleftrightarrow{L_1} \text{ y } \overleftrightarrow{L_2} \text{ determinan el plano P.}$

4. **Teorema.-** Dos rectas paralelas determinan un plano.

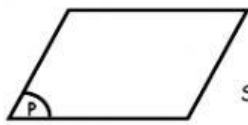


Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} \Rightarrow \overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} \text{ determinan el plano P.}$

❖ POSICIONES RELATIVAS DE DOS PLANOS

A. PLANOS PARALELOS

Dos planos son paralelos o paralelos entre si cuando no tienen un punto en común es decir no se intersectan.



$$\text{Si: } \square P \cap \square Q = \emptyset \Rightarrow$$

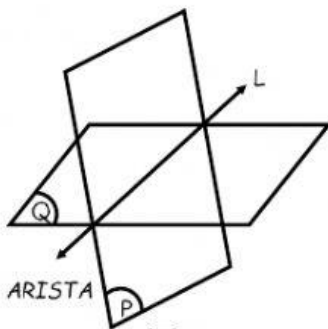


$$\square P // \square Q$$

$\emptyset$ = Vacío ó Nulo

A. PLANOS SECANTES

Son dos planos que tienen una recta en común denominado arista o traza de un plano sobre el otro.



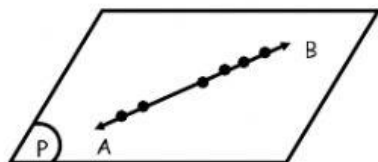
$$\text{Si: } \square P \cap \square Q = \vec{L} \Rightarrow$$

$\square P$ y $\square Q$ son secantes

❖ POSICIONES RELATIVAS DE UNA RECTA Y UN PLANO

1. Recta Contenida en un Plano

Una recta esta contenida en un plano cuando todos los puntos de dicha recta pertenecen al plano.



Observación.-

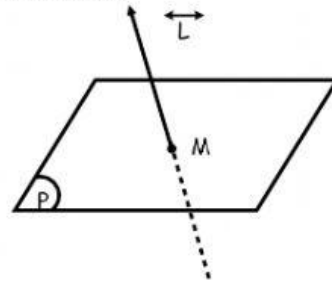
Si dos puntos de una recta pertenecen a un plano dicha recta está contenida en dicho plano

$$\text{Si: } A \in \square P \text{ y } B \in \square P \Rightarrow \vec{L} \subset \square P$$

2. Recta Secante al Plano

Una recta se denomina secante a un plano si sólo tiene un punto en común con el plano, al cual se le

denomina punto de intersección o traza de la recta sobre el plano.

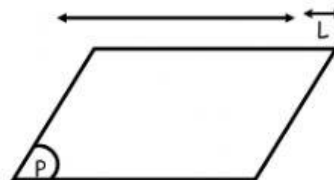


Punto M: Pie de la recta secante

$$\text{Si: } \vec{L} \cap \square P = \{M\} \Rightarrow \vec{L} \text{ y } \square P : \text{Secante}$$

3. Recta Paralela a un Plano

Una recta y un plano son paralelos si no tienen ningún punto en común.



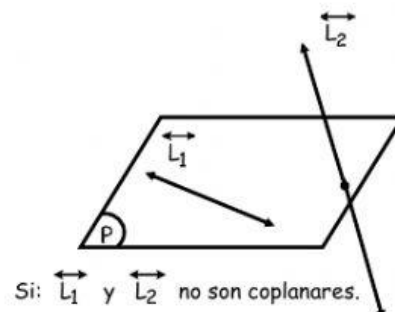
$$\text{Si: } \vec{L} \cap \square P = \emptyset \Rightarrow \vec{L} // \square P$$



Las rectas son no coplanares si no son paralelas ni secantes.

Observación.-

Rectas alabeadas o cruzadas.- son rectas no coplanares.

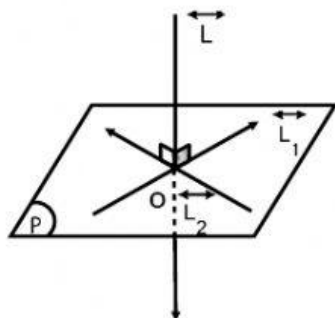


$$\text{Si: } \vec{L}_1 \text{ y } \vec{L}_2 \text{ no son coplanares.}$$

$\Rightarrow \vec{L}_1$ y $\vec{L}_2$ son alabeadas o cruzadas

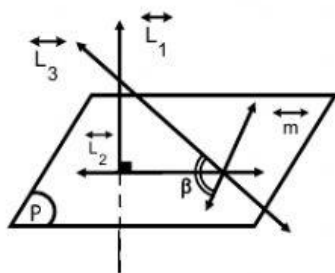
 Teorema.-

Si una recta es perpendicular a dos rectas, entonces dicha recta es perpendicular al plano que determinan las rectas dadas.



$$\text{Si: } \vec{L} \perp \vec{L_1} \text{ y } \vec{L} \perp \vec{L_2} \\ \Rightarrow \boxed{\vec{L} \perp \square P}$$

 Teorema de las Tres Perpendiculares



$$\text{Si: } \vec{L_1} \perp \square P \text{ y } \vec{L_2} \perp \vec{m} \text{ (} \vec{m} \subset \square P \text{)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{m} \perp \vec{L_3} \therefore \beta = 90^\circ}$$



Ejercicios de Aplicación

1. Indicar verdadero o falso.
 - I. Una recta y un punto que no pertenece a ella determina un plano.
 - II. Dos rectas secantes no forman un plano.
 - III. Dos rectas paralelas determinan un plano.

a) VFV b) VVV c) FVF
d) FFF e) VFF
2. Indica verdadero o falso.
 - I. Tres puntos cualesquiera determinan un plano.
 - II. Una recta y un punto determinan un plano.
 - III. Dos puntos no colineales forman un plano.

a) VVV b) VFF c) FFF
d) FVV e) VFV
3. Indicar verdadero o falso
 - I. Dos planos son paralelos entre si no tienen punto en común.
 - II. Una recta esta contenida en un plano cuando al menos un punto de dicha recta pertenece al plano.
 - III. Una recta es paralela a un plano si no tiene un punto en común.

a) VVF b) VFV c) VFF
d) VVV e) FVV
4. Indicar verdadero o falso.
 - I. Una recta es secante a un plano si solo se tiene un punto en común.
 - II. Dos rectas no coplanares son rectas llamadas alabeadas.
 - III. Rectas paralelas son rectas coplanares que tienen un punto en común.

a) VVF b) VFF c) FVV
d) FFV e) VVV