

 Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesoras: - Eugenia Tonidandel - Silvina Mozas - Vanina Iannizzotto
Cursos: 4º año	Tema: PARTE B: POLINOMIOS : FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS (PARTE C)	Año: 2020

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

PARTE C:

Diferencia de Cuadrados – Suma y Resta de Potencias de Igual Exponente

IV) Diferencia de Cuadrados:

Se basa en la siguiente fórmula: Dos términos, ambos son cuadrados perfectos. Un término positivo otro término negativo, sin importar el orden.

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Procedimiento:

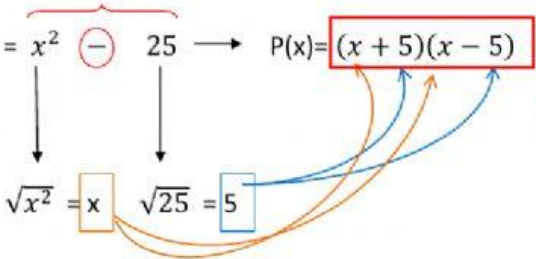
1º Paso: Se identifica dos cuadrados (debe haber un solo signo negativo). Los cuadrados deben ser perfectos.

2º Paso: Se calculan las bases de los cuadrados perfectos (haciendo la raíz cuadrada de cada uno)

3º Paso: Se transforma la diferencia de cuadrados en un producto de binomios conjugados, formados por dichas bases.

Diferencia (Resta) de cuadrados

Por ejemplo: $P(x) = x^2 - 25 \rightarrow P(x) = (x + 5)(x - 5)$ **Factorización de la diferencia de cuadrados**



$\sqrt{x^2} = x$ $\sqrt{25} = 5$

Ejercitación:

Factorizar las siguientes diferencias de cuadrados y seleccionar las respuestas correctas

a) $x^2 - 4 = (-x + 2) \cdot (x + 2)$

c) $x^4 - 9 = (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)$

b) $-64x^2 + 81 = (-8x + 9) \cdot (-8x - 9)$

d) $x^2 - \frac{49}{121} = (-\frac{7}{11} + x) \cdot (x + \frac{7}{11})$

V) Suma o Diferencia de Potencias de igual exponente: ➡

Son polinomios de la forma: $x^n + a^n$ o $x^n - a^n$

Estos polinomios se factorizan usando la suma o diferencia de las bases según sean.

Para un polinomio de la forma $P(x) = x^n \pm a^n$ existen cuatro posibilidades:

$$P(x) = x^n - a^n \text{ (n es par)}$$

$$P(x) = x^n + a^n \text{ (n es par)}$$

$$P(x) = x^n - a^n \text{ (n es impar)}$$

$$P(x) = x^n + a^n \text{ (n es impar)}$$

Todas las posibilidades se resumen en la siguiente tabla:

$x^n + a^n$	Si n es impar	$x^n + a^n$ es divisible por $x+a$ y por lo tanto $x^n + a^n = (x+a)C(x)$ donde $C(x)$ es el cociente de la división Ejemplos: $x^3 + a^3 = (x+a)(x^2 - ax + a^2)$ $x^5 + a^5 = (x+a)(x^4 - x^3a + x^2a^2 - xa^3 + a^4)$	Se resuelve usando la regla de Ruffini
	Si n es par	$x^n + a^n$ no es divisible por $x+a$ ni por $x-a$ pues el resto de la división es $R \neq 0$ en ambos casos Excepción: Si n no es potencia exacta de 2, se le puede considerar como múltiplo de un impar en cuyo caso se le puede factorizar como suma de potencias de grado impar Ejemplo: $x^6 + a^6 = (x^2)^3 + (a^2)^3 = (x^2 + a^2)(x^4 - x^2a^2 + a^4)$	
$x^n - a^n$	Si n es impar	$x^n - a^n$ es divisible por $x-a$ y por lo tanto $x^n - a^n = (x-a)C(x)$ donde $C(x)$ es el cociente de la división Ejemplos: $x^3 - a^3 = (x-a)(x^2 + ax + a^2)$ $x^5 - a^5 = (x-a)(x^4 + x^3a + x^2a^2 + xa^3 + a^4)$	Se resuelve usando la regla de Ruffini
	Si n es par	$x^n - a^n$ es divisible por $x+a$ y por $x-a$ $x^n - a^n = (x+a) \cdot C_1(x)$ $x^n - a^n = (x-a) \cdot C_2(x)$ Ejemplo: $x^4 - a^4 = (x-a) C_1(x) = (x+a) C_2(x)$ Observe que en este caso es más conveniente factorizar como diferencia de cuadrados $x^4 - a^4 = (x^2 + a^2)(x^2 - a^2) = (x^2 + a^2)(x+a)(x-a)$	

Diferencia de cuadrados
 Resolución de la diferencia de cuadrados
 No se puede resolver por ser suma y potencia par
 Resolución de la diferencia de cuadrados del segundo factor

Por ejemplo: Factorizar $P(x) = x^3 - 27$

- Se buscan las raíces de $P(x) = x^3 - 27 = x^3 - 3^3 \rightarrow P(3) = 0 \rightarrow 3$ es raíz de $P(x)$
- Por el teorema del resto: $P(3) = 0 \rightarrow (x - 3)$ es divisor de $P(x)$
- Se aplica la Regla de Ruffini:

$$(x^3 - 27) : (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & 0 & -27 \\ 3 & & 3 & 9 & 27 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = x^3 - 27 = (x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9)$$

Ejercitación:

Factorizar los siguientes polinomios a través de la suma y resta de potencias de igual exponente, y arrastrar "TODAS LAS OPCIONES" según corresponda:

POLINOMIO	VERDADERO	FALSO
$P(x) = x^7 + 1$		
$T(x) = x^3 - 64$		
$S(x) = x^5 - \frac{1}{32}$		
$R(x) = x^3 + \frac{1}{125}$		

RESPUESTAS PARA UBICAR:

La factorización de $T(x)$ tiene error

$$T(x) = (x - 4) \cdot (x^2 + 4x + 16)$$

La factorización de $S(x)$ tiene error

$$S(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x + \frac{1}{16}\right)$$

$$P(x) = (x + 1) \cdot (x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + x + 1)$$

La factorización de $P(x)$ tiene error

La factorización de $R(x)$ tiene error

$$R(x) = \left(x - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{1}{125}\right)$$