

ÁREA: MATEMÁTICA NIVEL: SECUNDARIO PROFESOR: LEUDY J, CALANCHE U

PROBLEMAS DE NÚMEROS COMPLEJOS

GRADO:

NOMBRE Y APELLIDO:

Los números complejos

Los números complejos son aquellos que resultan de la suma de un número real y un **número imaginario**; entendiéndose como número real, aquel que puede expresarse de forma entera (s, 10, 300, etc.) o decimal (2,24; 3,10; etc.), mientras que el **imaginario es aquel número cuyo cuadrado es negativo**.

Unidad imaginaria

La **unidad imaginaria** o **unidad** de número **imaginario** (i) es una solución a la ecuación cuadrática $x^2 + 1 = 0$. A pesar de que no hay un número real con esta propiedad, i puede ser usado para extender los números reales a lo que son llamados números complejos. $i = \sqrt{-1}$

Potencias de la unidad imaginaria

La unidad imaginaria i se puede multiplicar por ella misma como cualquier número real, obteniéndose entonces lo que se llaman las potencias de la unidad imaginaria. Así pues, se trabaja de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} i^0 &= 1 \\ i^1 &= \sqrt{-1} = i \\ i^2 &= (\sqrt{-1})^2 = -1 \\ i^3 &= (\sqrt{-1})^3 = (\sqrt{-1})^2 \cdot (\sqrt{-1}) = (-1) \cdot \sqrt{-1} = -\sqrt{-1} = -i \end{aligned}$$

Las potencias de la unidad imaginaria son cíclicas, se repiten en un ciclo de 4 en 4; por lo tanto:

$$i^4 = i^0 = 1 \quad ; \quad i^5 = i^1 = i \quad ; \quad i^6 = i^2 = -1 \quad ; \quad i^7 = i^3 = -i$$

Para calcular i^n , dividimos el exponente de " n " entre 4 y el residuo " r " de dicha división será el nuevo exponente de " i "; es decir, $i^n = i^r$

Ejemplo: Calcular i^{347}

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 347 & 4 \\ -32 & 86 \\ \hline 27 & \\ -24 & \\ \hline 3 & = r \end{array}$$

por lo tanto : $i^{347} = i^3 \rightarrow i^{347} = -i$

Ejercicios:

1. Calcula las potencias de la unidad imaginaria que se indican.

a) $i^{67} =$

$$\begin{array}{r|l} 67 & \\ - & \\ \hline & \\ & = r \end{array}$$

Por lo tanto $i^{67} = i \rightarrow i^{67} =$

b) $i^{617} =$

$$\begin{array}{r} 617 \overline{) 1} \\ 7 \\ \hline \end{array} = r$$

Por lo tanto $i^{617} = i \rightarrow i^{617} =$

c) $i^{257903} =$

2. Calcula las siguientes raíces.

a) $\sqrt{-49} =$ i

c) $\sqrt{-81} =$ i

b) $\sqrt{-9} =$ i

d) $\sqrt{-100} =$ i

3. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\sqrt{-49} + \sqrt{-16} =$ $i + i = i$

b) $5\sqrt{-4} - 3\sqrt{-36} = 5x \quad i - 3x \quad i = \quad i - \quad i = \quad i$

c) $\sqrt{-49} + 4\sqrt{-16} - 9i = \quad i + \quad i - 9i = \quad i$

d) $3\sqrt{-81} - 2i + 8(i^{2793}) = \quad i - 2i + 8 = \quad i$

4. Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) $(\sqrt{-49})x(\sqrt{-16}) = (\quad i) \times (\quad i) =$

b) $5(\sqrt{-4})x(\sqrt{-36}) = (\quad i) \times (\quad i) =$

c) $(6\sqrt{-25})x(2\sqrt{-4}) = (\quad i) \times (\quad i) =$