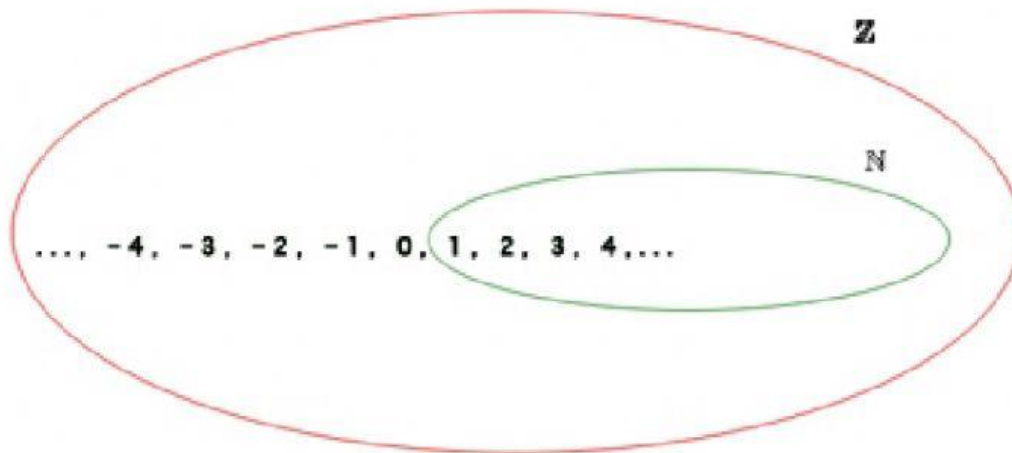


Números Enteros (Z)

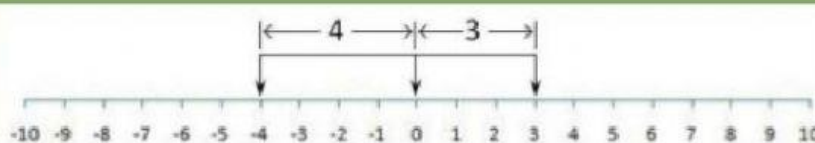


los números enteros contienen los siguientes subconjuntos:

- ▶ *Enteros positivos* $Z^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- ▶ *Enteros negativos* $Z^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$
- ▶ *Enteros sin el cero* $Z^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- ▶ *Naturales* $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Valor Absoluto en Z

El valor absoluto es la distancia que existe entre un número y cero.



$|-4| = 4$ La distancia entre -4 y 0 es 4.

$|3| = 3$ La distancia entre 3 y 0 es 3.

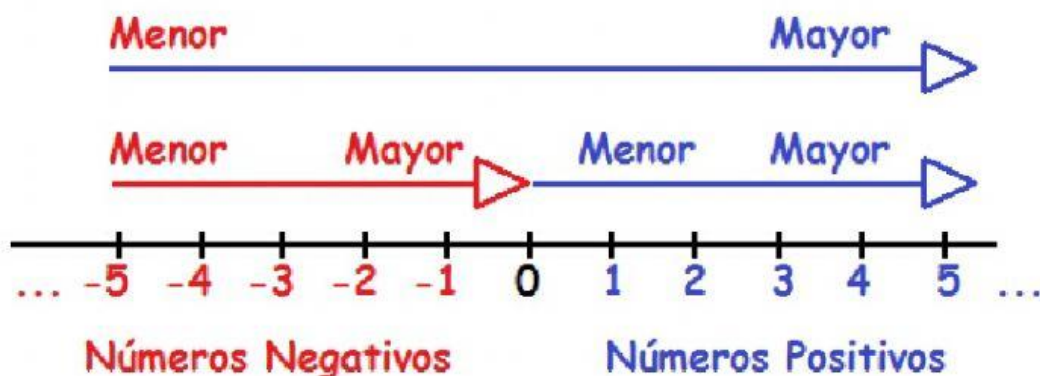
ejemplo

Resuelve los siguientes valores absoluto:

- $|6| = 6$
- $|-7| = 7$
- $-|4| = -4$
- $|15 - 20| = |-5| = 5$

El resultado es "negativo" porque el signo menos se encuentra fuera de las barras del valor absoluto.

Orden en Z



Los números enteros están ordenados. De dos números representados gráficamente, es mayor el que está situado mas hacia la derecha y menor el que esta situado mas hacia la izquierda.

Ejemplos:

- $4 > 2$
- $-7 > -12$

$$a < b$$

a es menor que b

$$b > a$$

b es mayor que a



- $30 > -73$ • $0 > -3$

Practica

Completa con los signos $>$ o $<$ según corresponda:

$$-10 \boxed{} 20$$

$$4 \boxed{} 9 \cdot (-3)$$

$$|3| \boxed{} |-70|$$

$$-8 \boxed{} |-8|$$

Operaciones en Z

Adición en z

1. Si los números enteros tienen el mismo signo, se suman los valores absolutos y al resultado se le coloca el signo común.

$$3 + 5 = 8$$

$$(-3) + (-5) = -8$$

2. Si números enteros son de distinto signo, se restan los valores absolutos (al mayor le restamos el menor) y al resultado se le coloca el signo del número de mayor valor absoluto.

$$-3 + 5 = 2$$

$$3 + (-5) = -2$$



Multiplicación. Y división en Z

Para multiplicar o dividir números enteros se aplica la regla de los signos.

+	.	+	=	+
-	.	-	=	+
-	.	+	=	-
+	.	-	=	-

Ejemplos:

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$(-4) \cdot (-3) = 12$$

$$(-4) \cdot 3 = -12$$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

Potenciación en Z

La potenciación es un caso particular de la multiplicación representado por un producto de factores iguales o repetidos.

$$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_n$$



Ejemplo: $(-3)(-3)(-3)(-3) = (-3)^4 = 81$

$$(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^5 = -32$$

Así tenemos los términos de la potenciación:



A diagram showing the equation 5^2 = 25. The number 5 is labeled 'Base' with an arrow pointing to it. The number 2 is labeled 'Exponente' with an arrow pointing to it. The number 25 is labeled 'Potencia' with an arrow pointing to it. Below the equation, a yellow box contains the text '5^2 = 5 x 5 = 25'.

Nota: potencias de base negativa y exponente par resultado positivo. Potencias de bases negativas y exponente impar resultado negativo.

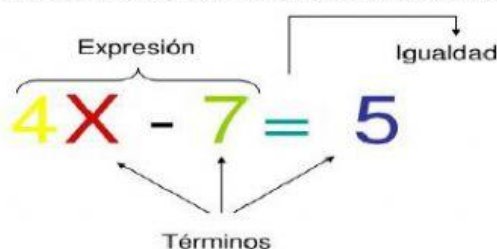
Propiedades de las operaciones en $\mathbb{Z}$

La suma y la multiplicación de números enteros tienen las siguientes propiedades:

	Suma	Multiplicación
Conmutativa	$(-3) + (+4) = (+4) + (-3)$	$(-3) \cdot (+4) = (+4) \cdot (-3)$
Asociativa	$[(+5) + (+7)] + (-9) = (+5) + [(+7) + (-9)]$	$[(+5) \cdot (+7)] \cdot (-9) = (+5) \cdot [(+7) \cdot (-9)]$
Elemento neutro	$(-6) + 0 = (-6)$	$(+5) \cdot 1 = (+5)$
Elemento opuesto o simétrico	$(+3) + (-3) = 0$	
Distributiva de la multiplicación con respecto a la suma	$(-2) \cdot [(+7) + (-3)] = (-2) \cdot (+7) + (-2) \cdot (-3)$	

Ecuaciones en $\mathbb{Z}$

- Una ecuación es una igualdad en cuyos miembros hay letras y números relacionados por operaciones aritméticas. A las letras les llamamos incógnitas.
- Si sólo hay una letra la ecuación se dice con una incógnita.



ejemplo

1) Resolver la ecuación $3x+1=x-5$.

Solución

$3x+1=x-5$; transponer x al primer miembro de la igualdad con signo contrario.

$3x-x+1=-5$; transponer $+1$ al segundo miembro de la igualdad con signo contrario.

$$3x-x = -1-5$$

$2x = -6$; se resuelve las operaciones algebraicas

$x = -\frac{6}{2}$; despejados 2 para hallar el valor de la incógnita.

$$x = -3$$

Verificación:

$$3x+1=x-5$$

$3(-3)+1=(-3)-5$; se sustituye en x el valor hallado -3.

$-9+1=-8$; se resuelve los paréntesis.

$-8=-8$; al cumplirse la igualdad el valor hallado es el correcto.

2) Resolver la ecuación

$$3(x-1)+2(x+2)-7=3(2x+3)-4x$$

Solución

$3(x-1)+2(x+2)-7=3(2x+3)-4x$; se resuelve los paréntesis

$3(x-1)+2(x+2)-7=3(2x+3)-4x$; se aplica propiedad distributiva.

$3x-3+2x+4-7=6x+9-4x$; se agrupan términos

$5x-3+4-7=2x+9$; se resuelven operaciones



algebraicas

$5x - 6 = 2x + 9$; se transponer términos con signo contrario

$5x - 2x = 9 + 6$; se resuelve operaciones algebraicas

$3x = 15$; se despeja la incógnita x.

$x = \frac{15}{3}$; se resuelve la operación algebraica

$x = 5$

Verificación

$$3(x - 1) + 2(x + 2) - 7 = 3(2x + 3) - 4x$$

$3(5 - 1) + 2(5 + 2) - 7 = 3(2 \cdot 5 + 3) - 4 \cdot 5$; se sustituye en x el valor hallado 5

$3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 7 = 3(10 + 3) - 20$; se resuelve los paréntesis.

$12 + 14 - 7 = 3 \cdot 13 - 20$; se resuelve las operaciones algebraicas

$$26 - 7 = 39 - 20$$

$19 = 19$; al cumplirse la igualdad el valor hallado es el correcto.

3) La edad de Carlos dentro de cinco años será igual al doble de su edad actual ¿Qué edad tiene Carlos?

Solución

X edad de Carlos

$X+5$ edad dentro de 5 años

$2X$ doble de su edad

Ecuación

$$X+5=2X$$

$$5=2X-X$$

$$5=X$$

Comprobación.

$$X+5=2X$$

$$5+5=2 \cdot 5$$

$$10=10$$

La edad de Carlos es 5años.

