

INECUACIONES CUADRATICAS

1. Definición

Las desigualdades de tipo :

$$ax^2 + bx + c > 0 ; ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0 ; ax^2 + bx + c \leq 0$$

se denominan desigualdades de segundo grado o cuadráticas.

Ejemplos: $x^2 + x - 6 > 0$; $2x^2 - 5x - 3 < 0$

$$5x^2 - 8x + 3 \geq 0 ; 2x^2 + 4x + 5 \leq 0$$



2. Resolución de Inecuaciones de Segundo Grado

Sea el polinomio de segundo grado:

$$ax^2 + bx + c$$

- Se verifica que "a" sea positivo, si a es negativo se cambia el signo a todos los términos de la desigualdad.

Ejemplo: Resolver $-2x^2 + 5x + 3 < 0$ cambiando el signo $2x^2 - 5x - 3 > 0$

- Se calcula el discriminante para ver el tipo de raíces:

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(-3)$$

$$\Delta = 49$$

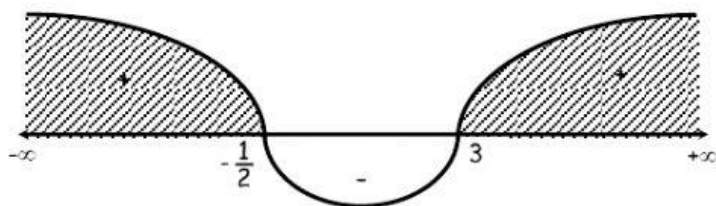
- Se calculan las raíces factorizado por aspa simple o por fórmula general:

$$2x^2 - 5x - 3 = (2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -1/2 ; x = 3$$

A estos valores se les conoce como "puntos críticos".

- Se ubican los puntos críticos en la recta numérica para analizar los signos del trinomio: $P = 2x^2 - 5x - 3$



Como $P > 0$ entonces la respuesta es la Zona positiva.

- Se escribe el intervalo solución: $x \in \langle -\infty, -1/2 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$



EJEMPLOS

I. Resuelve: $x^2 - 7x < 0$

Resolución:

$$x^2 - 7x < 0 \text{ (factorizando)}$$

$$\underbrace{x}_{0} \underbrace{(x-7)}_{0} < 0$$

↪ zona negativa

$$x = 0 \vee x = 7$$

Puntos críticos: $\{0; 7\}$



$$C. S. = \langle 0; 7 \rangle$$

II. Resuelve: $x^2 + 4x - 21 \geq 0$

Resolución:

$$x^2 + 4x - 21 \geq 0$$

$$\begin{matrix} x & +7 \\ x & -3 \end{matrix}$$

$$\underbrace{(x+7)}_{0} \underbrace{(x-3)}_{0} \geq 0$$

↪ zona positiva

Puntos críticos: $\{3; -7\}$



$$C.S. = \langle -\infty; -7 \rangle \cup [3; +\infty)$$

III. Resuelve:

$$\underbrace{x^2 - 2x - 15}_{P(x)} \geq 0$$

$P(x)$

Resolución:

1. Factorizando: $(x-5)(x+3) \geq 0$

2. Ubicándolos en la recta numérica:

$$\text{Puntos críticos} \begin{cases} x-5=0 \rightarrow x=5 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$



3. Luego, como $P(x) \geq 0$, el conjunto solución serán las zonas positivas.

$$\therefore x \in \langle -\infty; -3 \rangle \cup [5; +\infty)$$

IV. Resuelve: $(2x+1)(3x+2) < 2$, luego indica el menor valor entero que puede tomar «x».

Resolución:

$$(2x+1)(3x+2) < 2$$

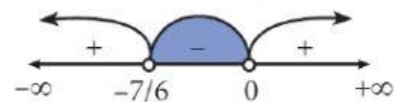
$$6x^2 + 4x + 3x + 2 < 2$$

$$6x^2 + 7x < 0$$

$$\underbrace{x}_{0} \underbrace{(6x+7)}_{0} < 0$$

↪ zona negativa

Puntos críticos: $\{0; -7/6\}$



Inecuaciones cuadráticas

1. Resuelve:

$$(x - 2)(x - 5) < 0$$

- a. $\langle -\infty; 2 \rangle$ c. $\langle 2; +\infty \rangle$ e. $[2; 5]$
b. $\langle -\infty; 5 \rangle$ d. $\langle 2; 5 \rangle$

2. Resuelve :

$$(x - 3)(x - 8) \leq 0$$

- a. $\langle -\infty; 8 \rangle$ c. $\langle 3; 8 \rangle$ e. $[3; 8]$
b. $\langle 3; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 3 \rangle$

3. Resuelve :

$$(x + 1)(x + 6) < 0$$

- a. $\langle -6; +\infty \rangle$ c. $\langle -1; +\infty \rangle$ e. $[-6; -1]$
b. $\langle -\infty; -1 \rangle$ d. $\langle -6; -1 \rangle$

4. Resuelve :

$$(x + 3)(x + 7) \leq 0$$

- a. $[-7; -3]$ c. $\langle +\infty; -3 \rangle$ e. $[-7; +\infty]$
b. $\langle -3; +\infty \rangle$ d. $\langle -7; -3 \rangle$

5. Resuelve :

$$(x - 8)(x - 10) > 0$$

- a. $\langle -\infty; 10 \rangle$ d. $\langle -\infty; 6 \rangle$
b. $\langle -\infty; 8 \rangle \cup \langle 10; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 6 \rangle \cup \langle 8; +\infty \rangle$
c. $\langle 8; +\infty \rangle$

6. Resuelve :

$$(x - 6)(x - 2) \geq 0$$

- a. $\langle -\infty; 2 \rangle$ d. $\langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$
b. $[2; 6]$ e. $\langle -\infty; 2] \cup [6; +\infty$
c. $\langle 6; +\infty \rangle$

7. Resuelve :

$$(x + 4)(x + 8) > 0$$

- a. $[-8; -4]$ d. $\langle -4; -\infty \rangle$
b. $[-\infty; -8] \cup \langle -4; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; 8 \rangle$
c. $\langle -\infty; -8] \cup [-4; +\infty$

8. Resuelve :

$$(x + 6)(x + 5) \geq 0$$

- a. $\langle -\infty; -6] \cup [-5; +\infty \rangle$ d. $\langle -\infty; 5 \rangle$
b. $[-6; 5]$ e. $\langle -\infty; 6 \rangle$
c. $\langle 6; -5 \rangle$

9. Resuelve :

$$x^2 - 16 < 0$$

- a. $\langle 4; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 4 \rangle$ e. $\langle -4; 4 \rangle$
b. $[-4; 4]$ d. $\langle -4; +\infty \rangle$

10. Resuelve:

$$x^2 - 25 \leq 0$$

- a. $\langle 5; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 5 \rangle$ e. $\langle -5; 5 \rangle$
b. $[-5; 5]$ d. $\langle 5; +\infty \rangle$

11. Resuelve:

$$x^2 - 49 < 0$$

- a. $\langle -7; 7 \rangle$ d. $\langle -\infty; -7 \rangle$
b. $[-7; 7]$ e. $\langle -5; 5 \rangle \cup \langle 7; +\infty \rangle$
c. $\langle -\infty; 7 \rangle$

12. Resuelve:

$$x^2 - 81 \geq 0$$

- a. $\langle -\infty; -9 \rangle$ d. $\langle -9; 9 \rangle$
b. $[9; +\infty]$ e. $\langle -\infty; -9] \cup [9; +\infty$
c. $\langle -\infty; -9]$

13. Resuelve:

$$x^2 + 8 > 0$$

- a. $\langle 8; +\infty \rangle$ c. $\langle -\infty; 8 \rangle$ e. $\mathbf{R}$
b. $\langle 8; 8 \rangle$ d. $\emptyset$

14. Resuelve:

$$x^2 + 5 < 0$$

- a. $\langle +\infty; -5 \rangle$ c. $\langle -5; +\infty \rangle$ e. $\emptyset$
b. $\langle -5; 0 \rangle$ d. $\mathbf{R}$

15. Resuelve:

$$x^2 + x - 12 \leq 0$$

- a. $\langle -3; 4 \rangle$ c. $[-4; 3]$ e. $\langle -\infty; -4 \rangle$
b. $[-3; 4]$ d. $\langle -4; 3 \rangle$

16. Resuelve:

$$x^2 + 4x - 12 > 0$$

- a. $\langle -2; 6 \rangle$ d. $[-2; 6]$
b. $\langle -\infty; -2 \rangle \cup [6; +\infty \rangle$ e. $\langle -\infty; -6 \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$
c. $\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$