

 Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesoras: - Eugenia Tonidandel - Silvina Mozas - Vanina Iannizzotto
Cursos: 4º año	Tema: PARTE A: POLINOMIOS : REGLA DE RUFFINI – TEOREMA DEL RESTO	Año: 2020

EXPRESIONES ALGEBRAICAS – POLINOMIOS - FACTORIZACIÓN

PARTE A: REPASO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS – POLINOMIOS – DIVISIBILIDAD – REGLA DE RUFFINI – TEOREMA DEL RESTO

Para Recordar:

- ✓ Toda expresión en la que figuran números y letras relacionados entre sí por cálculos, es una “expresión algebraica”.

Por ejemplo: a) $-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{x} + 3y^2$ b) $3 \cdot \sqrt[3]{3+x} + 3y^{-\frac{2}{3}}$ c) $5x^3 + 6x - \frac{1}{3}$

- ✓ Si la expresión es tal que tiene una única letra y ésta, está relacionada únicamente por la adición, sustracción, multiplicación y potenciación con exponente natural o cero, **se las llama POLINOMIOS.**

Por ejemplo: $5x^3 + 6x - \frac{1}{3}$

- ✓ En cada término de un polinomio el factor numérico (números reales) es el **coeficiente** del mismo y las letras la **parte literal**.

Por ejemplo:



Ejercitación 1:

Dadas las siguientes Expresiones Algebraicas, tildar aquellas que sean “Polinomios”

a. $2x + 3^4$ ☐

b. $5x^3 + 6x - \frac{1}{3}$ ☐

c. $x \cdot 3 + 2x^4 - \sqrt{2}x$ ☐

d. $\frac{x^5 - 4}{x^2}$ ☐

e. $2x + 3\left(\frac{1}{y}\right)^3$ ☐

- **Grado del Polinomio:** El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman (El mayor exponente que afecta a la indeterminada). Si $P(x)$ es un polinomio y n es el grado, lo notamos con $G[P(x)] = n$

Por ejemplo:

$$P(x) = 2x + 3^4$$

$G[P(x)] = 1 \longrightarrow$ El mayor exponente que afecta a la indeterminada "x" es 1

- **Coeficientes:** Son los números reales que multiplican a la indeterminada.

Por ejemplo:

$$P(x) = 2x + 3^4$$

$\longrightarrow$ Coeficiente 81 (Término independiente ya que x^0)

$\longrightarrow$ Coeficiente 2

- **Coeficiente principal:** Número real que multiplica a la indeterminada que da el grado al polinomio; por lo cual no puede ser cero. Se simboliza CP.

Por ejemplo:

$$P(x) = 2x + 3^4$$

$\longrightarrow$ CP = 2

- **Término independiente** Término donde la indeterminada (x) tiene exponente cero, o lo que es lo mismo el coeficiente no aparece multiplicando a la indeterminada. Se simboliza TI.

Por ejemplo:

$$P(x) = 2x + 3^4$$

$\longrightarrow$ TI = 81

Ejemplo integrador:

Sea el polinomio: $A(x) = 2x^4 - 5 - 7x^6 + 3x^2 + 0x^{16} + 4x^3$

- Coeficientes: 2, -5, -7, 3, 0 y 4
- Indeterminada: x
- Coeficiente Principal: -7
- Término independiente: -5
- Grado del polinomio: 6

Clasificación de polinomios según la cantidad de términos:

Monomio: Si tiene un solo un término. Por Ej.: $5x^2$

Binomio: Si tiene dos términos. Por Ej. : $8 + 2x$

Trinomio: Si tiene tres términos. Por Ej. : $4x^5 + x - 3$

Cuatrinomio: Si tiene cuatro términos.

Polinomio: Si tiene más de cuatro términos

Polinomios Completos y Ordenados:

- **Polinomio Completo:**

Identificado el grado de un polinomio, si en los otros términos están presentes todos los exponentes menores al grado, se dice que el polinomio está completo.

Por ejemplo: $A(x) = 2x^4 - 5 + 7x^6 + 3x^2 + 4x^3$

Este polinomio está incompleto, pues el grado de $A(x)$ es 6 y faltan los términos de exponente 5 y 1.

$Q(x) = 6 + x^3 + 3x - x^2$ está completo

- **Polinomio Ordenado**

Un polinomio está ordenado si sus términos están ordenados de acuerdo a sus grados. Esto es, en forma creciente, de menor a mayor exponente o decreciente de mayor a menor.

Por ejemplo: $Q(x) = 6 + x^3 + 3x - x^2$

Este polinomio está desordenado y completo

$Q(x) = x^3 - x^2 + 3x + 6$ está ordenado en forma decreciente y completo.

Ejemplo integrador: Completar y ordenar en forma decreciente el polinomio:

$$A(x) = 2x^4 + 5 + 7x^6 + 3x^2 + 0x^{16} + 4x^3$$

$$A(x) = 7x^6 + 0x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 0x + 5 \text{ (Completo y Ordenado en forma decreciente.)}$$

Valor numérico de un polinomio

Se llama valor numérico del polinomio $Q(x)$ al número que se obtiene al sustituir la x por un número real y efectuar luego las operaciones indicadas.

Por Ejemplo:

Sea $Q(x) = x^2 + 3x - 4$, hallar $Q(2)$

Reemplazamos x por 2 en Q y queda: $Q(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 - 4 = 4 + 6 - 4 = 6$

"6 es el valor numérico de Q , para $x = 2$ "

Ejercitación 2:

1) Marcar las opciones que sean correctas

	$P(x) = -\frac{3}{2}x^5 + x^4 - 9x^2 + x^3 + 0,3x^4 - x^5$	$Q(x) = -3x^2 + \sqrt{3}x^4$
CLASIFICACIÓN	Polinomio	Trinomio
GRADO	$G(P) = 9$	$G(Q) = 4$
COEFICIENTE PRINCIPAL (CP)	$CP = -1$	$CP = 3$
TERMINO INDEPENDIENTE (TI)	$TI = -\frac{3}{2}$	$TI = 0$
COMPLETAR Y ORDENAR EN FORMA DECRECIENTE	$P(x) = -x^5 + 0,3x^4 + x^3 - 9x^2 + x - \frac{3}{2}$	$Q(x) = \sqrt{3}x^4 - 3x^2 + 0x^3 + 0x + 0$

2) Problema de Aplicación:

a) Leandro escribe varios polinomios y luego anota alguna de sus características.

El polinomio $P(x) = -7x^4 + 0,4x + 8$ es un trinomio de grado 4, su coeficiente principal es -7, su término independiente es 8 y, además, tiene un término lineal con coeficiente 0,4.

Seleccionar "SI o NO" ¿Es correcta la descripción de Leandro?

b) Elegir el polinomio que corresponde a esta anotación de Leandro:

$Q(x)$ es un trinomio de grado 4, su coeficiente principal es 9 y su término independiente es -6; además, tiene un término cúbico con coeficiente 0,3.

Dadas las opciones, ubicar las respuestas correctas:

a) $Q(x) = 0,3x^3 + 9x^4 - 6$

b) $Q(x) = -9x^4 + 0,3x^3 - 6$

c) $Q(x) = 9x^4 + 0,3x^3 - 6x$

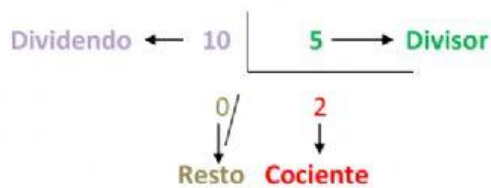
La respuesta correcta es:

Es incorrecto el término principal:

Es incorrecto el término independiente:

Divisibilidad:

Por ejemplo: se tiene la división



$$10 = 5 \cdot 2 + 0$$

10 : 5 es división entera exacta (Cociente entero y con resto cero). Por esto podemos decir:

- 10 es Múltiplo de 5
- 10 es divisible por 5
- 5 es divisor de 10
- 5 divide a 10

En los polinomios sucede lo mismo

Una división entre dos polinomios $P(x) : Q(x)$ es exacta cuando su resto es cero.

- $P(x)$ es múltiplo de $Q(x)$
- $P(x)$ es divisible de $Q(x)$
- $Q(x)$ es divisor de $P(x)$.
- $Q(x)$ divide a $P(x)$.

Regla de Ruffini

En los casos particulares de división donde el divisor es de la forma " $x \pm a$ " (Polinomio de grado 1, coeficiente principal 1 y término independiente distinto de cero)

Se puede obtener el cociente y el resto, mediante un método práctico siguiendo el algoritmo que a continuación se detalla con un ejemplo.

Por ejemplo:

Calcular $P(x) : Q(x)$

Siendo: $P(x) = 2x^4 + 6 - 5x - 4x^3 + 3x^2$ (Dividendo) y $Q(x) = x + 3$ (Divisor)

Trabajamos con los coeficientes de $P(x)$ de la siguiente manera:

- El dividendo debe estar completo y ordenado en forma decreciente: $P(x) = 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 6$
 $\text{Gr}[P(x)] = 4$
- El divisor $Q(x) = x + 3$, tiene la forma " $x \pm a$ ", siendo $a = +3$

En la Regla de Ruffini se debe usar " $-a$ " (El opuesto de a)

Coeficientes del dividendo completo y ordenado					
2	-4	3	-5	6	
↓	-6	30	-99	312	
2	-10	33	-104	318	Resto

Coeficientes del cociente hallado completo y ordenado.
El grado del cociente será uno menos que el dividendo.

Paso a Paso:

Se realiza una tabla de la siguiente manera:

1) Se colocan los coeficientes del dividendo (Completo y ordenado)

2) En la Regla de Ruffini se debe usar “- a” (El opuesto de a) ←

3) Se baja “2” el primer coeficiente tal cual está

2	-4	3	-5	6
Se suman coeficientes y resultados				
	+	+	+	+
-6	30	-99	312	
2	-10	33	-104	318

4) Se multiplica $2 \cdot (-3) = -6$ y se coloca el resultado debajo del segundo coeficiente

RESULTADO

El cociente estará formado por los valores resultantes, siendo un polinomio completo y ordenado en forma decreciente, de un grado menor al polinomio divisor.

Cociente: $C(x) = 2x^3 - 10x^2 + 33x - 104$ $Gr[C(x)] = 3$ (Un grado menor al dividendo)

El resto será un número real siendo el último valor obtenido

Resto: $R(x) = 318$

Dada una división $P(x) : Q(x)$, tal que $Q(x)$ tenga la forma $x \pm a$ y en caso de resultar resto “0”
 $R(x) = 0$.

Tendremos una división exacta y “- a” será raíz del polinomio $P(x)$

Por ejemplo: Se tiene $P(x) : Q(x)$

- Si $Q(x) = x + 5$, y el resto de la división es cero, se tiene que **- 5 es raíz de $P(x)$**
- Si $Q(x) = x - 5$, y el resto de la división es cero, se tiene que **5 es raíz de $P(x)$**

RESUMIENDO:

En la Regla de Ruffini se debe usar “- a” (El opuesto de a) ←

Coeficientes del dividendo completo y ordenado					
2	-4	3	-5	6	
↓					
-6	30	-99	312		
2	-10	33	-104	318	→ Resto

Coeficientes del cociente hallado completo y ordenado.
El grado del cociente será uno menos que el dividendo.

Ejercitación 3:

1) Dividir aplicando la Regla de Ruffini. Ubicar cociente y resto según corresponda:

a) $(5x^2 - 3x + 4):(x - 3) =$ C(x)= R(x)=	b) $(2x^3 + 3x - 1):(x - 2) =$ C(x)= R(x)=
c) $(3x^3 - 2x^2 - 2):(x + 1) =$ C(x)= R(x)=	d) $(-24x - x^4 + 5):(x + 3) =$ C(x)= R(x)=

$C(x) = 5x + 12$

Ningún cociente es correcto

$C(x) = -1x^3 + 3x^2 - 9x + 3$

$C(x) = 3x^2 - 5x + 5$

$R(x) = 21$

$R(x) = -7$

$R(x) = 40$

Ningún resto es correcto

Teorema del Resto

Este teorema nos permite averiguar solo **el resto** de la división de un polinomio $P(x)$ entre otro de la forma $(x \pm a)$, sin necesidad de efectuar la división.

El resto de una división de un polinomio $P(x)$ por un binomio de forma $(x \pm a)$ es el valor numérico del polinomio dividido para $x = -a$, es decir $P(-a)$.

Por ejemplo: En la división anterior, donde aplicamos Ruffini, ahora aplicamos el Teorema del resto:

$P(x) = 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 6$

$Q(x) = x + 3$

$P(-3) = 2(-3)^4 - 4(-3)^3 + 3(-3)^2 - 5(-3) + 6 = 162 + 108 + 27 + 15 + 6 = 318$ Reemplazamos -3 en $P(x)$

Resto de la división: $R(x) = 318$

Ejercitación 4:

1) Calcular directamente el resto de las siguientes divisiones y unir con flechas:

a) $(5x^2 - 2x + 4):(x + 3) =$

Ninguna es correcta

b) $(12x^4 - 5x^2 - 2x - 5):(x - 2) =$

7

c) $(2x^3 - 4x^2 - 3):(x - 1) =$

-5

d) $\left(\frac{3}{2}x^3 + 4x^2 + 3\right):(x + 2) =$

163

2) Tildar las divisiones que sean exactas.

☐ a) $(x^5 + 32):(x + 2) =$

☐ b) $(4x^2 + 5x - x):(x + 2) =$

☐ c) $(16 - x^4):(x + 2) =$