

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Materi : Turunan Fungsi Trigonometri

Kelas/Semester : XII/ Gasal

Alokasi Waktu : 30 menit

IPK :

3.3.1 Menentukan turunan fungsi trigonometri dengan menggunakan definisi

3.3.2 Menggunakan sifat-sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri

4.3.1 Menyelesaikan masalah matematis turunan fungsi trigonometri



Nama Kelompok :

Nama Anggota : 1.

2.

3.

4.

Petunjuk :

1. Kerjakanlah Lembar Kerja Peserta Didik ini secara berkelompok
2. Bacalah perintah setiap soal dengan cermat
3. Jawablah soal-soal berikut dengan teliti dan tepat
4. Bertanyalah kepada guru jika mengalami kesulitan

Selesaikan permasalahan berikut bersama teman dalam satu kelompok!

Kegiatan 1 Menentukan turunan fungsi trigonometri

1. Dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, tentukan turunan pertama dari $f(x) = \sin x$

Jawab:

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x+h) = \sin(x+h) = \sin x \cosh + \cos x \sinh$$

dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

dengan menggunakan rumus diperoleh

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cosh - \cos x \sinh - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cosh - 1) + \cos x (\sinh)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cosh - 1)}{h} + \frac{\cos x (\sinh)}{h} \\ &= \sin x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\cosh - 1)}{h} + \frac{\cos x (\sinh)}{h} \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Ingat bahwa:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin A - \sin B =$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

jika diubah dalam bentuk

Cara ini berbeda dengan di modul...silahkan dibandingkan

2. Dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, tentukan turunan pertama dari $f(x) = \cos x$

Jawab:

Diketahui

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x+h) = \cos(x+h) = \cos x \cosh - \sin x \sinh$$

dengan menggunakan rumus $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, diperoleh

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}, \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cosh - \sin x \sinh - \cos x}{h}, \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cosh - 1) - \sin x \sinh}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cosh - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \sinh}{h} \\ &= -\sin x \end{aligned}$$

3. Jika diberikan fungsi $f(x) = \tan x$, dengan $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \tan x$

Jawab:

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Misalkan $u = \sin x$ maka $u' = \cos x$

$v = \cos x$ maka $v' = -\sin x$

jika dimasukkan dalam rumus turunan menjadi

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x} \text{ hasilnya menjadi}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

Ingat bahwa:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

4. Jika diberikan fungsi $f(x) = \cot x$, dengan $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \cot x$

Jawab:

$$f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

misalkan $u = 1$ maka $u' = 0$

jika $v = \tan x$ maka $v' = \sec^2 x$ (lihat hasil di atas)

masukkan hasilnya dalam $f'(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot \tan x - 1 \cdot \sec^2 x}{\tan^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{-1 \cdot \sec^2 x}{\tan^2 x}$$

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$f'(x) = - \frac{\frac{1}{\cos x^2 x}}{\frac{\sin x^2 x}{\cos x^2 x}}$$

$$= - \frac{1}{\sin x^2 x} = - \operatorname{cosec}^2 x$$

5. Jika diberikan fungsi $f(x) = \sec x$, dengan $\sec x = \frac{1}{\cos x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \sec x$

Jawab:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

6. Jika diberikan fungsi $f(x) = \operatorname{cosec} x$, dengan $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \operatorname{cosec} x$

Jawab:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

KESIMPULAN

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $f(x) = \sin x$ | $\rightarrow f'(x) = -\sin x$ |
| 2. $f(x) = \cos x$ | $\rightarrow f'(x) = -\sin x$ |
| 3. $f(x) = \tan x$ | $\rightarrow f'(x) = \sec^2 x$ |
| 4. $f(x) = \cot x$ | $\rightarrow f'(x) = -\csc^2 x$ |
| 5. $f(x) = \sec x$ | $\rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$ |
| 6. $f(x) = \operatorname{cosec} x$ | $\rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$ |

Tes pemahaman

Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

1. $f(x) = 20 \sin x$
2. $f(x) = \cos x + 17 \sin x$
3. $f(x) = \sin x - 3 \cos x$
4. $f(x) = 2x \cos x$
5. $f(x) = x^2 \cos x$
6. $f(x) = \sin x \cos x$

Jawab:

1. $f(x) = 20 \sin x$ maka $f'(x) = 20 \cos x$
2. $f(x) = \cos x + 17 \sin x$ maka $f'(x) = -\sin x + 17 \cos x$
3. $f(x) = \sin x - 3 \cos x$ maka $f'(x) = \cos x + 3 \sin x$
4. $f(x) = 2x \cos x$ maka $f'(x) = 2 \cos x - 2x \sin x$
5. $f(x) = x^2 \cos x$ maka $f'(x) = 2x \cos x - x^2 \sin x$
6. $f(x) = \sin x \cos x$ maka $f'(x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x$