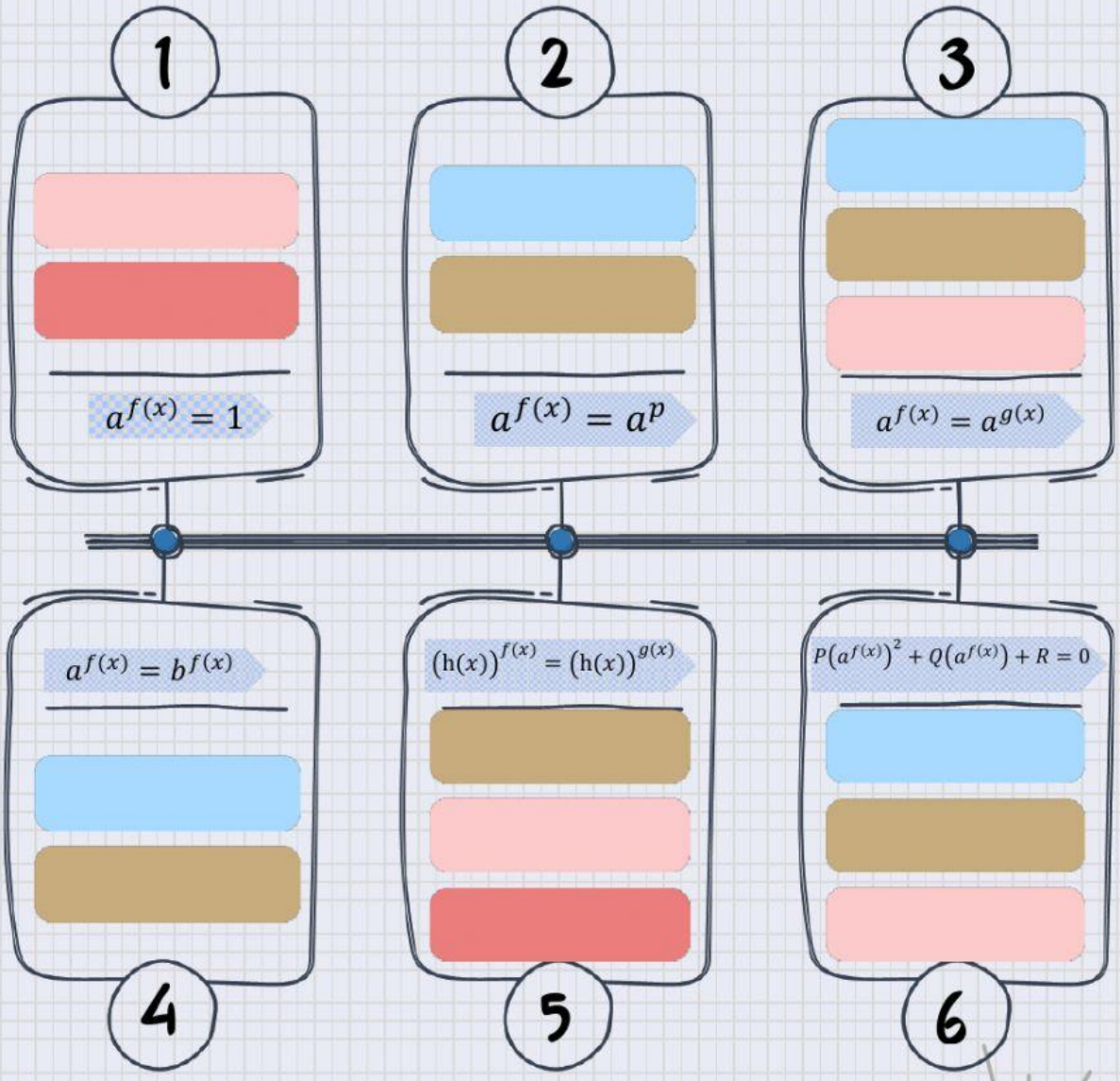
Persamaan Eksponensial

A. Bentuk Persamaan Eksponensial

Tulislah soal persamaan eksponensial sesuai dengan pembagian bentuknya. Caranya dengan menggeser kotak berwarna ke kotak yang sudah disediakan. Dengan urutan nomor terkecil diletakkan paling atas !



1. $7^{2x-6} = 1$
2. $6^{5x-3} = 6^{7}$
3. $49^{x+3} = 7^{x^2-3x-8}$
4. $25^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x-7}$
5. $8^{x} + 2^{4-3x} = 10$
6. $(3x-2)^{2x+5} = (3x-2)^{x+7}$
7. $3^{3x-4} = 81^{x-2}$
8. $(x^2-8x+15)^{3x-1} = (x^2-8x+15)^{x+3}$
9. $6^{x-3} = 11^{x-3}$
10. $13^{x^2-5x-14} = 1$
11. $3^{2x+5} = 27$
12. $(x-5)^{x^2-2x+8} = (x-5)^{2x^2-3x-4}$
13. $6^{2x} - 7 \cdot 6^{x} + 6 = 0$
14. $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$
15. $3^{x^2+7x-18} = 6^{x^2+7x-18}$

B. Latihan Soal

Isilah bagian yang rumpang (kosong) dengan jawaban yang benar

1. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $49^{x+3} = 7^{x^2-3x-8}$!

   Penyelesaian :

   $49^{x+3} = 7^{x^2-3x-8}$

   $\Leftrightarrow (7\ \ )^{x+3} = 7^{x^2-3x-8}$

   $\Leftrightarrow 7\ \ \ \ = 7^{x^2-3x-8}$

   $\Leftrightarrow \ \ \ \ \ \ \ = x^2 - 3x - 8$

   $\Leftrightarrow 0 = x^2 - \ \ x - 2x - 8 - \ \ $

   $\Leftrightarrow 0 = x^2 - \ \ x - \ \ \ $

   $\Leftrightarrow 0 = (x - \ \ )(x + \ \ )$

   $\Leftrightarrow x - \ \ = 0$ atau $x + \ \ = 0$

   $\Leftrightarrow \quad x = \ \ $ atau $\quad x = \ \ \ $

   Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\ \ \ , \ \ \ \}$.

2. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $25^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x-7}$!

   Penyelesaian :

   $25^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x-7}$

   $\Leftrightarrow (5\ \ )^{x+3} = \left(\frac{1}{5\ \ \ }\right)^{x-7}$

   $\Leftrightarrow (5\ \ )^{x+3} = (5\ \ \ )^{x-7}$

   $\Leftrightarrow 5^{2x+\ \ } = 7^{\ \ x+21}$

   $\Leftrightarrow 2x + \ \ = \ \ \ x + 21$

   $\Leftrightarrow 2x + \ \ x = 21 - \ \ $

   $\Leftrightarrow \ \ x = \ \ $

   $\Leftrightarrow \ x = \frac{\ \ \ }{\ \ \ }$

   $\Leftrightarrow \ x = \ \ $

   Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\ \ \}$.

3. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $3^{3x-4} = 81^{x-2}$!

   Penyelesaian :

   $3^{3x-4} = 81^{x-2}$

   $\Leftrightarrow 3^{3x-4} = (3\ \ )^{x-2}$

   $\Leftrightarrow 3^{3x-4} = 3^{4x-\ \ }$

   $\Leftrightarrow 3x - 4 = 4x - \ \ $

   $\Leftrightarrow 3x - 4x = - \ \ + 4$

   $\Leftrightarrow -x = - \ \ $

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{-\square}{-\square}$

$\Leftrightarrow \quad x = \square$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\square\}$.

4. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $6^{x-3} = 11^{x-3}$!

Penyelesaian :

$6^{x-3} = 11^{x-3}$

$\Leftrightarrow x - 3 = \square$

$\Leftrightarrow \quad x = \square + 3$

$\Leftrightarrow \quad x = \square$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\square\}$.

5. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $3^{x^2+7x-18} = 6^{x^2+7x-18}$!

Penyelesaian :

$3^{x^2+7x-18} = 6^{x^2+7x-18}$

$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 18 = \square$

$\Leftrightarrow (x + \square)(x - \square) = 0$

$\Leftrightarrow x + \square = 0$ atau $x - \square = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 - \square$ atau $x = 0 + \square$

$\Leftrightarrow x = -\square$ atau $x = \square$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{-\square, \square\}$.

6. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $(3x - 2)^{2x+5} = (3x - 2)^{x+7}$!

Penyelesaian :

$h(x) = 3x - 2$ $\quad f(x) = 2x + 5$ $\quad g(x) = x + 7$

a. $f(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow 2x + 5 = x + 7$

$\Leftrightarrow 2x - x = 7 - 5$

$\Leftrightarrow x = \square$

b. $h(x) = 1$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 1$

$\Leftrightarrow 3x = 1 + 2$

$\Leftrightarrow 3x = 3$

$\Leftrightarrow x = \square$

c. $h(x) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 2$

$\Leftrightarrow x = \frac{\square}{3}$

Subsitusi ke $f(x)$ dan $g(x)$

$f\left(\frac{\square}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{\square}{3}\right) + 5$

$= \frac{\square}{3}$

$g\left(\frac{\square}{3}\right) = \left(\frac{\square}{3}\right) + 7 = \frac{\square}{3}$

$f(x)$ dan $g(x)$ $\square$ 0

Sehingga $x = \frac{2}{3}$ memenuhi

d. $h(x) = -1$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = -1$

$\Leftrightarrow 3x = \square$

$\Leftrightarrow x = \frac{\square}{3}$

Subsitusi ke $f(x)$ dan $g(x)$

$f\left(\frac{\square}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{\square}{3}\right) + 5$

$= \frac{\square}{3}$

$g\left(\frac{\square}{3}\right) = \left(\frac{\square}{3}\right) + 7 = \frac{\square}{3}$

$f(x)$ dan $g(x)$ ganjil

Sehingga $x = \frac{1}{3}$ memenuhi

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\left\{\frac{\square}{3}, \frac{2}{\square}, \square, \square\right\}$.

7. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $(x^2-8x+15)^{3x-1}=(x^2-8x+15)^{x+3}$!

Penyelesaian :

$h(x)=x^2-8x+15$ $\quad f(x)=3x-1$ $\quad g(x)=x+3$

a. $f(x)=g(x)$

$\Leftrightarrow \square x-\square=x+3$

$\Leftrightarrow \square x-x=3+\square$

$\Leftrightarrow \square x=\square$

$\Leftrightarrow x=\square$

b. $h(x)=1$

$\Leftrightarrow x^2-8x+15=1$

$\Leftrightarrow x^2-8x+\square=0$

$\Leftrightarrow x=\square\pm\sqrt{\square}$

c. $h(x)=0$

$\Leftrightarrow x^2-8x+15=0$

$\Leftrightarrow (x-\square)(x-\square)=0$

$\Leftrightarrow x=\square$ atau $x=\square$

Subsitusi ke $f(x)$ dan $g(x)$

$x=\square \rightarrow f(\square)=\square>0$

$g(\square)=\square>0$

memenuhi

$x=\square \rightarrow f(\square)=\ldots.>0$

$g(\square)=\ldots.>0$

memenuhi

d. $h(x)=-1$

$\Leftrightarrow x^2-8x+15=-1$

$\Leftrightarrow x^2-8x+\square=0$

$\Leftrightarrow (x-\square)(x-\square)=0$

$\Leftrightarrow x=\square$

Subsitusi ke $f(x)$ dan $g(x)$

$x=\square \rightarrow f(\square)=\square$ (gasal)

$g(\square)=\square$ (gasal)

memenuhi

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah

$\{\square,\square,\square,\square\pm\sqrt{\square},\square\}$.

8. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $6^{2x}-7\cdot 6^x+6=0$!

Penyelesaian :

$6^{2x}-7\cdot 6^x+6=0$

$\Leftrightarrow (6^x)^2-7\cdot 6^x+6=0$

Misalkan $y=6^{\square}$, maka

$\Leftrightarrow \square^2-7\square+6=0$

$\Leftrightarrow (y-\square)(y-\square)=0$

$\Leftrightarrow y=\square$ atau $y=\square$

Untuk $y=\square$

$y=6^x$

$\Leftrightarrow \square=6^x$

$\Leftrightarrow 6^{\square}=6^x$

$\Leftrightarrow x=\square$

Untuk $y=\square$

$y=6^x$

$\Leftrightarrow \square=6^x$

$\Leftrightarrow 6^{\square}=6^x$

$\Leftrightarrow x=\square$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\square,1\}$.

9. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $2^{2x}-3\cdot 2^{x+1}+8=0$!

Penyelesaian :

$2^{2x}-3\cdot 2^{x+1}+8=0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2-3\cdot 2^x\cdot\square+8=0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2-\square\cdot 2^x+8=0$

Misalkan $y=\square^x$, maka

$\Leftrightarrow \square^2-6\square+8=0$

$\Leftrightarrow (y-\square)(y-\square)=0$

$\Leftrightarrow y=\square$ atau $y=\square$

Untuk $y=\square$

$y=2^x$

$\Leftrightarrow \square=2^x$

$\Leftrightarrow 2^{\square}=2^x$

$\Leftrightarrow x=\square$

Untuk $y=\square$

$y=2^x$

$\Leftrightarrow \square=2^x$

$\Leftrightarrow 2^{\square}=2^x$

$\Leftrightarrow x=\square$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\{\square,\square\}$.

10. Tentukan Himpunan Penyelesaian dari $8^x + 2^{4-3x} = 10$!

Penyelesaian :

$$8^x + 2^{4-3x} = 10$$
$$\Leftrightarrow 8^x + 2^{4-3x} - 10 = 0$$
$$\Leftrightarrow (2^3)^x + \frac{2^4}{2^x} - 10 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2^{3x} + \frac{16}{2^{3x}} - 10 = 0$$

Misalkan $y = 2^{3x}$, maka

$$\Leftrightarrow y + \frac{16}{y} - 10 = 0,$$

kalikan dengan y

$$\Leftrightarrow y^2 + 16 - 10y = 0$$
$$\Leftrightarrow y^2 - 10y + 16 = 0$$
$$\Leftrightarrow (y - 8)(y - 2) = 0$$
$$\Leftrightarrow y = 8 \text{ atau } y = 2$$

Untuk $y = 8$

$y = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 8 = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 2^3 = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 3x = 3$

$\Leftrightarrow x = 1$

Untuk $y = 2$

$y = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 2 = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 2^1 = 2^{3x}$

$\Leftrightarrow 3x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Jadi, himpunan penyelesaian dari persamaan eksponensial tersebut adalah $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$.