

dād Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesoras: - Eugenia Tonidandel - Silvina Mozas - Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	Tema: Función cuadrática PARTE C: FORMAS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA: POLINÓMICA - FACTORIZADA - CANÓNICA	Año: 2020

FUNCIÓN CUADRÁTICA: FORMA POLINÓMICA - FACTORIZADA - CANÓNICA

Habíamos visto que....

FORMA "POLINÓMICA"

de la Función Cuadrática:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (a, b \text{ y } c \text{ son números reales y } a \neq 0)$$

Diagrama de etiquetado:

- $a \cdot x^2$: Término Cuadrático o Principal (línea roja)
- $b \cdot x$: Término Lineal (línea azul)
- c : Término Independiente (línea verde)
- a : Coeficiente Cuadrático o Principal (línea roja)
- b : Coeficiente Lineal (línea azul)

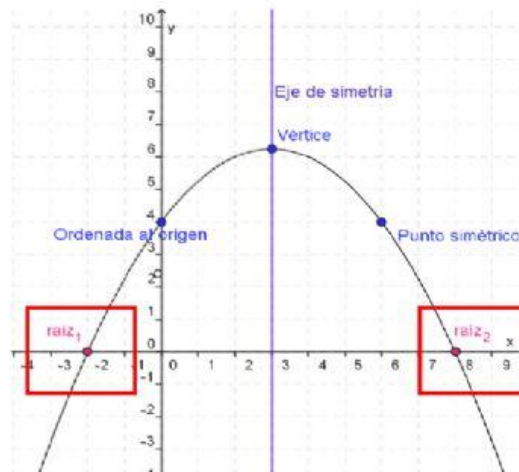
- $a \neq 0$ (Si "a" fuera cero, no sería una Función Cuadrática)

CON ESTA FORMA POLINÓMICA PODEMOS CALCULAR:



Raíces de la función Cuadrática:

Las raíces gráficamente son los puntos de intersección de la Parábola con el eje X, es decir los valores de x que hacen cero a la función ($f(x) = 0$)



En este caso las raíces son: $x_1 = -2$ y $x_2 = 8$

Pero... ¿Cómo se calculan estos puntos a partir de la Función Cuadrática en forma Polinómica?

Las raíces de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ se calculan mediante la **fórmula resolvente**:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por ejemplo:

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

YA SABEMOS QUE LAS RAMAS DE LA PARÁBOLA SERÁN HACIA ARRIBA (Por ser positivo el coeficiente principal)

YA TENEMOS LA ORDENADA AL ORIGEN (Donde la parábola corta al eje Y)

Los coeficientes de los términos de la función son: $a = 2$ $b = -8$ $c = 6$

Reemplazamos los coeficientes en la fórmula:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - (4 \cdot 2 \cdot 6)}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{4}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{4}$$

$$x_1; x_2 = \frac{8 \pm 4}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{8-4}{4} = 1 \\ x_2 = \frac{8+4}{4} = 3 \end{cases}$$

AHORA VEREMOS DOS NUEVAS FORMAS DE ESCRIBIR A UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

- PASAR DE FORMA POLINÓMICA A FORMA FACTORIZADA:**

Si una función cuadrática tiene raíces reales x_1 y x_2 ya sean iguales o distintas, su fórmula puede expresarse en **FORMA FACTORIZADA**, así:

RAÍCES REALES ENCONTRADAS CON LA FÓRMULA RESOLVENTE

$$\underbrace{f(x) = ax^2 + bx + c}_{\text{FORMA POLINÓMICA}} \quad \underbrace{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}_{\text{FORMA FACTORIZADA}}$$

Por ejemplo:

Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 4x - 5$ en Forma Polinómica, pasar a Forma Factorizada:

1) Se deben encontrar las raíces $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x_1; x_2 = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - (4 \cdot 1 \cdot (-5))}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1; x_2 = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{4 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{4-6}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{4+6}{2} = 5 \end{cases}$$

2) Se reemplazan las raíces obtenidas en la FORMA FACTORIZADA y también el coeficiente principal:

$$f(x) = 1x^2 - 4x - 5 \text{ Forma Polinómica}$$

Diagram illustrating the conversion from Polinómica to Factorizada form:

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Annotations:

- Coeficiente Cuadrático o Principal, el mismo que en la forma Polinómica
- Una de las raíces (Cualquiera de ellas) cambiada de signo "OPUESTA"
- Otra de las raíces cambiada de signo "OPUESTA"

$f(x) = 1 \cdot (x + 1) \cdot (x - 5) \text{ Forma Factorizada}$

Ejercitación:

Pasar de Forma Polinómica a Forma Factorizada:

1) Seleccionar la opción correcta:

a) Forma Polinómica: $y = -x^2 + 4$ $\longrightarrow$ Forma Factorizada $y = \dots \cdot (x \dots) \cdot (x \dots)$

b) Forma Polinómica: $y = -3x^2 + 4x - 1$ $\longrightarrow$ Forma Factorizada $y = \dots \cdot (x \dots) \cdot (x \dots)$

• PASAR DE FORMA FACTORIZADA A FORMA POLINÓMICA:

Se debe desarrollar la propiedad DISTRIBUTIVA

Por ejemplo:

Dada la función cuadrática en forma Factorizada $f(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$, pasar a forma Polinómica:

1) Distribuir el coeficiente principal con el primer paréntesis.

$$\begin{aligned} f(x) &= -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) = \\ &= (-2x + 2) \cdot (x + 3) = \end{aligned}$$

2) El resultado, distribuirlo con el segundo paréntesis.

$$\begin{aligned} &= (-2x + 2) \cdot (x + 3) = \\ &= -2x^2 - 6x + 2x + 6 = \end{aligned}$$

3) Operar con términos semejantes

$$\begin{aligned} &= -2x^2 - 6x + 2x + 6 = \\ f(x) &= -2x^2 - 4x + 6 \text{ Forma Polinómica} \end{aligned}$$

Ejercitación:

Pasar de Forma Factorizada a Forma Polinómica:

2) Seleccionar la opción correcta:

a) Forma Factorizada: $y = -3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$ → la Forma Polinómica es:

$$y = -3x^2 + 9x + 6 \qquad y = 3x^2 + 3x + 6 \qquad y = -3x^2 + 3x + 6$$

b) Forma Factorizada : $y = 2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 4)$ → la Forma Polinómica es:

$$y = 2x^2 + 4x - 16 \qquad y = 2x^2 - 4x - 16 \qquad y = 2x^2 + 4x + 16$$

PASAR DE FORMA POLINÓMICA A FORMA CANÓNICA:

Si conocemos las coordenadas del vértice de una función cuadrática, su fórmula puede

expresarse en **forma canónica**, así: $f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$ Donde x_v e y_v son las coordenadas del vértice.

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \qquad f(x) = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$$

FORMA POLINÓMICA

FORMA CANÓNICA

Por ejemplo:

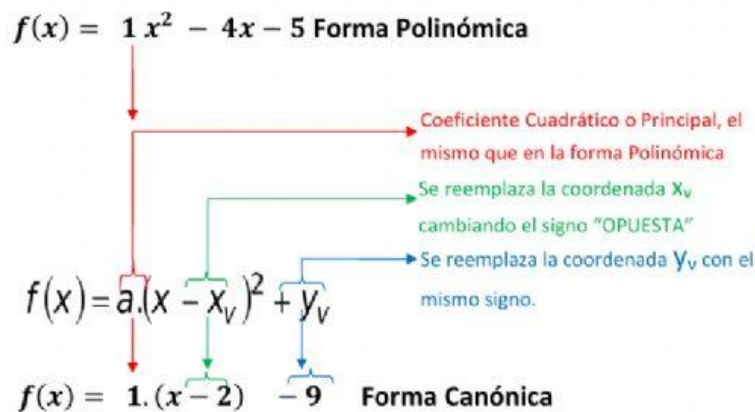
Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 4x - 5$ en Forma Polinómica, pasar a Forma Canónica:

Se deben encontrar la coordenadas del vértice con la fórmula $x_v = \frac{-b}{2.a}$

$$x_v = \frac{-(-4)}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_v = f(x_v) = f(2) = 2^2 - 4.2 - 5 = -9$$

1) Se reemplazan las coordenadas obtenidas en la FORMA CANÓNICA y también el coeficiente principal:


$$f(x) = 1x^2 - 4x - 5 \text{ Forma Polinómica}$$
$$f(x) = a.(x - x_v)^2 + y_v$$
$$f(x) = 1.(x - 2)^2 - 9 \text{ Forma Canónica}$$

Ejercitación:

Pasar de Forma Polinómica a Forma Canónica:

1) Seleccionar la opción correcta:

a) Forma Polinómica: $y = -x^2 + 4$ $\longrightarrow$ Forma Canónica $y = \dots\dots\dots (x \dots\dots\dots)^2 \dots\dots\dots$

b) Forma Polinómica: $y = 2x^2 - 12x + 16$ $\longrightarrow$ Forma Canónica $y = \dots\dots\dots (x \dots\dots\dots)^2 \dots\dots\dots$

• PASAR DE FORMA CANÓNICA A FORMA POLINÓMICA:

Se debe desarrollar el CUADRADO DE UN BINOMIO, luego DISTRIBUTIVA del coeficiente principal y por último operar con términos semejantes:

Por ejemplo:

Dada la función cuadrática en forma Canónica $f(x) = -2.(x - 1)^2 + 3$, pasar a forma Polinómica:

1) Realizar el cuadrado de un binomio.

$$\begin{aligned} f(x) &= -2.(x - 1)^2 + 3 = \\ &= -2.(x^2 - 2x + 1) + 3 = \end{aligned}$$

2) Distribuir el coeficiente principal con el resultado anterior.

$$= -2 \cdot (x^2 - 2x + 1) + 3$$

3) Operar con términos semejantes

$$= -2x^2 + 4x - 2 + 3 =$$

$$= -2x^2 + 4x + 1 =$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 1 \text{ Forma Polinómica}$$

Ejercitación:

Pasar de Forma Canónica a Forma Polinómica:

3) Seleccionar la opción correcta:

c) Forma Canónica: $y = -3 \cdot (x + 1)^2 + 2$ → la Forma Polinómica es:

$$y = -3x^2 - 9x + 2$$

$$y = -3x^2 - 6x + 5$$

$$y = -3x^2 - 6x - 1$$

d) Forma Canónica: $y = 2 \cdot (x - 2)^2 - 5$ → la Forma Polinómica es:

$$y = 2x^2 - 8x - 5$$

$$y = -8x + 2x^2 + 3$$

$$y = 3 - 2x^2 - 8x$$

• PASAR DE FORMA FACTORIZADA A FORMA CANÓNICA:

En la forma Factorizada podemos apreciar el coeficiente principal y las raíces:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- a es el coeficiente principal
- x_1 es una raíz (opuesta a la que aparece en la fórmula)
- x_2 es otra raíz (opuesta a la que aparece en la fórmula)

Debemos llegar a la forma Canónica:

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$$

- a es el coeficiente principal
- x_v es la coordenada x del vértice
(Será opuesta en la que aparece en la fórmula)
- y_v La coordenada y del vértice. Con igual signo.

Para pasar a Canónica se deben encontrar la coordenadas del vértice con la fórmula $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y_v = f(x_v)$

Por ejemplo:

Dada la función cuadrática en forma Factorizada $f(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$, pasar a forma Canónica:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$X_v = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$Y_v = f(x_v) = f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 5 = 0$$

2) Se reemplazan las coordenadas obtenidas en la FORMA CANÓNICA y también el coeficiente principal:

$f(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$ Forma Factorizada

↓

Coeficiente Cuadrático o Principal, el mismo que en la forma Polinómica

Se reemplaza la coordenada X_v cambiando el signo "OPUESTA"

Se reemplaza la coordenada Y_v con el mismo signo.

$f(x) = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$

↓

$f(x) = 1 \cdot (x - 1) + 0$ Forma Canónica

Puede no colocarse

Ejercitación:

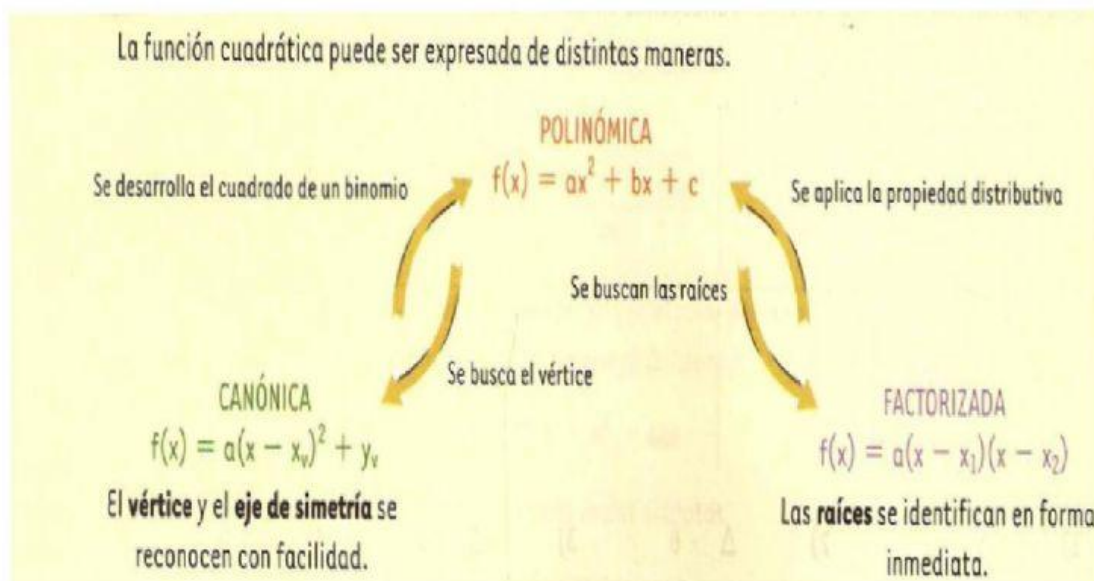
Pasar de Forma Factorizada a Forma Canónica:

2) Seleccionar la opción correcta:

c) Forma Polinómica: $y = -3(x + 1) \cdot (x - 3) \longrightarrow$ Forma Canónica $y = \dots \cdot (x \dots)^2 \dots$

d) Forma Polinómica: $y = -(x - 1) \cdot (x + 5) \longrightarrow$ Forma Canónica $y = \dots \cdot (x \dots)^2 \dots$

En Resumen:



1) Completar la siguiente tabla:

Fórmula	Vértice de la parábola	Eje de simetría
$y = (x + 2)^2 - 3$	V=(..... ;.....)	X=.....
$y = -2(x + 1)^2$	V=(..... ;.....)	X=.....
$y = -(x - 1)^2 - 1$	V=(..... ;.....)	X=.....
$y = -2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$	V=(..... ;.....)	X=.....

2) Marcar en la siguiente tabla las respuestas correctas:

Fórmula	Raíces de la función	Eje de simetría
$y = (x + 2) \cdot (x + 5)$		☐
$y = -2(x - 3) \cdot (x + 2)$		☐
$y = -(x + 2) \cdot (x - 4)$		☐
$y = \frac{1}{3}(x + 6) \cdot (x - 1)$		☐

3) Unir con flechas cada una de las siguientes funciones en la forma que se pide:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$, en forma canónica es:	$f(x) = 2x^2 - 12x + 16$
b) $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)(x - 3)$, en forma Polinómica es:	$f(x) = -1(x + 1) \cdot (x - 3)$
c) $f(x) = 2(x - 3)^2 - 2$, en forma polinómica es:	$f(x) = 3 \cdot (x - 1)^2 - 12$
d) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, en forma factorizada es:	$f(x) = 1 \cdot (x - 2)^2 - 1$
e) $f(x) = 3(x - 3)(x + 1)$, en forma canónica es:	Ninguna

