

Ecuaciones cuadráticas: Operaciones inversas

Esta semana encontrarás una gran variedad de problemas que no se pueden resolver con ecuaciones lineales, sino que requieren un nuevo tipo de ecuaciones.

En Matemáticas I y II aprendiste a resolver problemas y ecuaciones lineales con una incógnita y con dos. Algunas de esas ecuaciones tienen sólo una solución, por ejemplo: $2x + 3 = 8$.

Otras tienen una infinidad de soluciones, tal como: $x + y = 10$.

En esta secuencia estudiarás algunos problemas que pueden resolverse con ecuaciones que tienen dos soluciones, una solución o ninguna solución.

EL NÚMERO SECRETO

I. Resuelve el acertijo:

Pensé un número y lo elevé al cuadrado. Al resultado lo multipliqué por 4 y al final obtuve 100. Si no pensé en el 5, ¿de qué número se trata? _____

>>> Manos a la obra

1. Comparen sus soluciones y verifiquenlas usando el siguiente diagrama:

```
graph LR; A[-5  
Entrada] -- "Se eleva al cuadrado" --> B((25)); B -- "Se multiplica por 4" --> C[100  
Salida];
```

a) ¿Qué número podría ir en el círculo azul? _____ ¿Hay otro? _____

b) En el cuadrado rojo pueden ir dos números, encuentrenlos. _____

Comenten:

c) ¿Existe algún número negativo que elevado al cuadrado dé 25? Si
¿Cuál? -5

d) ¿Por qué al elevar al cuadrado cualquier número (positivo o negativo) el resultado es siempre un número positivo? _____

II. El producto de dos números enteros consecutivos es 552. (Coloca primero el número de menor valor) y recuerda que los números consecutivos son los números que siguen uno al otro, sin saltarse alguno ejemplo: 3 y 4 ó 5 y 6.

¿Cuáles son esos números? _____ y _____

a) Para resolver este tipo de problemas es necesario, frecuentemente, encontrar la ecuación primero la ecuación correspondiente. Si se representa con la letra x el número menor de los dos, ¿cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al problema anterior? Elige la opción correcta

- a) $(x)(x) = 552$
- b) $(x)(552) = y$
- c) $(x)(x + 1) = 552$
- d) $(x)(x) + 1 = 552$
- e) $x^2 + 1 = 552$

III. Se tiene el siguiente acertijo: a tres veces el cuadrado de un número se le sumó 8. Como resultado se obtuvo 83.

Si el número se representa con la letra x , ¿cuál de las siguientes es la ecuación que corresponde al acertijo? Elige la opción correcta.

a) $(3 + x)^2 + 8 = 83$

b) $3x^2 + 8 = 83$

c) $(3)(x^2)(8) = 83$

La ecuación que corresponde al acertijo tiene dos posibles soluciones.

a) Encuentra las dos soluciones de la ecuación que subrayaste: _____ y _____

b) Verifica las soluciones realizando con cada una de ellas las operaciones que se indican en el acertijo.

>>> A lo que llegamos

Una **ecuación cuadrática** es una ecuación en la cual hay un término que tiene la incógnita elevada al cuadrado. Por ejemplo, las siguientes son ecuaciones cuadráticas:

$$2x^2 = 18$$

↑
Término cuadrático

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

↑
Término cuadrático

$$x(x + 3) = -9$$

↑
Producto que da un término cuadrático

Las ecuaciones cuadráticas pueden tener **dos** soluciones. Por ejemplo: $2x^2 = 18$, tiene dos soluciones: $+3$ y -3 , porque al sustituir estos valores en la ecuación y efectuar las operaciones se obtiene 18.

Ecuación:

$$2x^2 = 18$$

Para $x = +3$:

$$2(+3)^2 = 2(+9) = 18$$

Para $x = -3$:

$$2(-3)^2 = 2(+9) = 18$$

LO QUE APRENDIMOS DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

Resuelve los siguientes problemas. Verifica las soluciones que obtengas.

1. El cuadrado de un número más 3 es igual a 84.

El número puede ser _____ o _____

2. Pedro pensó un número, lo elevó al cuadrado, al resultado le sumó 5 y obtuvo 1.

a) ¿Por qué crees que Pedro se equivocó al hacer alguna de las dos operaciones? _____

b) Si Pedro pensó en el -2 , ¿cuánto debió obtener de resultado? _____

c) Si Pedro pensó en el $+2$, ¿cuánto debió obtener de resultado? _____

d) ¿Hay algún número que elevado al cuadrado sea igual a -4 ? _____ ¿Cuál? _____

3. El largo de un terreno rectangular mide el doble del ancho. El terreno tiene 162 m^2 de área.

a) Encuentra una ecuación que exprese el problema anterior. _____
Usa la letra x para representar al ancho.

b) ¿Cuánto mide de ancho? _____

c) ¿Cuánto mide de largo? _____