

LEMBAR KERJA SISWA

Waktu:
20 menit

Limit di Tak Hingga Fungsi Aljabar

Satuan Pendidikan : SMA/ MA
Mata Pelajaran : Matematika
Peminatan
Kelas/Semester : XII/ Ganjil
Materi Pokok : Limit di Tak Hingga

Nama Kelompok:

1.
2.
3.
4.

Tujuan : Siswa mampu menentukan limit di tak hingga fungsi aljabar.

Petunjuk: Diskusikan dengan kelompokmu. Kemudian tulis jawaban pada tempat yang sudah disediakan.



Apersepsi

Mari mengingat kembali materi Limit Fungsi Aljabar

MV slide 7

Tentukan nilai limit berikut!

1. $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = \dots$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{4x} = \dots$
3. $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 - 4}{2a - 4} = \dots$

Kegiatan Inti

Permasalahan 1:

8 Menit



Sebuah kereta cepat melaju mengikuti fungsi posisi s dengan waktu t dalam sekon dan jarak s dalam meter

$$s(t) = \frac{75t^2 + 3}{t - 1}$$

kereta mengalami percepatan hingga mencapai kecepatan maksimum pada t sekon. Jika kereta tidak berhenti dalam waktu yang lama, tentukan kecepatan maksimum kereta!

Alternatif Penyelesaian:

Memahami Masalah:

Diketahui:

Ditanya:

Merencanakan Penyelesaian

Strategi:

- (1) Ubah fungsi $s(t)$ menjadi fungsi $v(t)$!
- (2) Substitusikan t dengan ∞ !
- (3) Apa yang diperoleh? limit di tak hingga bentuk
- (4) Variabel dengan pangkat tertinggi adalah
- (5) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar!
- (6) Tentukan nilai limit fungsinya!

$$v(t) = \frac{d[\dots]}{dt}$$

$$= \dots$$

$$v(\infty) = \dots$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \frac{\dots}{\dots}$$

Menyelesaikan Masalah Sesuai Rencana

Nilai limit di tak hingga fungsi kecepatan:

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\dots \dots}{\dots \dots} \times \frac{\frac{1}{t \dots}}{\frac{1}{t \dots}} &= \dots \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi, kecepatan maksimum kereta adalah

Permasalahan 2:

8 Menit

Jika diketahui fungsi kecepatan kereta:

$$v(t) = (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t}$$

Tentukan kecepatan maksimum jika kereta tidak berhenti untuk waktu yang lama!

Alternatif Penyelesaian:

Memahami Masalah:

Diketahui:

Ditanya:

Merencanakan Penyelesaian

Strategi:

- (1) Substitusikan t dengan ∞ !
- (2) Apa yang diperoleh? limit di tak hingga bentuk
- (3) Variabel dengan pangkat tertinggi adalah
- (4) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan dengan sekawan fungsi yang diketahui!
- (5) Sederhanakan!
- (6) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar!
- (7) Tentukan nilai limit fungsinya!

$$v(t) = \dots$$

$$v(\infty) = \dots$$

$$= \dots$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \dots$$

Menyelesaikan Masalah Sesuai Rencana

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t} \times \frac{\dots \dots}{\dots \dots} &= \dots \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi, kecepatan maksimum kereta adalah



Ayo

4 Menit

Langkah-langkah dalam menentukan limit mendekati tak hingga bentuk

$\frac{\infty}{\infty}$ dan $\infty - \infty$ adalah sebagai berikut.

Bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$, dapat diselesaikan dengan cara:

1.
2.

Bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = \infty - \infty$, dapat diselesaikan dengan cara:

1.
2.
3.

KUNCI JAWABAN



Apersepsi

Mari mengingat kembali materi Limit Fungsi Aljabar

Tentukan nilai limit berikut!

1. $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+2)}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)}{4} = \frac{0+2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3. $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 - 4}{2a - 4} = \lim_{a \rightarrow 2} \frac{(a-2)(a+2)}{2(a-2)} = \lim_{a \rightarrow 2} \frac{a+2}{2} = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Permasalahan 1:

8 Menit



Sebuah kereta cepat melaju mengikuti fungsi posisi s dengan waktu t dalam sekon dan jarak s dalam meter

$$s(t) = \frac{75t^2 + 3}{t - 1}$$

kereta mengalami percepatan hingga mencapai kecepatan maksimum pada t sekon. Jika kereta tidak berhenti dalam waktu yang lama, tentukan kecepatan maksimum kereta!

Alternatif Penyelesaian:

Memahami Masalah:

Diketahui: fungsi posisi s dengan waktu t : $s(t) = \frac{75t^2 + 3}{t - 1}$

Ditanya: berapakah kecepatan maksimum kereta?

Merencanakan Penyelesaian

Strategi:

- (7) Ubah fungsi $s(t)$ menjadi fungsi $v(t)$!
- (8) Substitusikan t dengan ∞ !
- (9) Apa yang diperoleh? limit di tak hingga bentuk
- (10) Variabel dengan pangkat tertinggi adalah
- (11) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar!
- (12) Tentukan nilai limit fungsinya!

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{d[s(t)]}{dt} \\ &= \frac{d\left(\frac{75t^2 + 3}{t - 1}\right)}{dt} \\ &= \frac{150t(t-1) - (75t^2 + 3)}{(t-1)^2} \\ &= \frac{150t^2 - 150t - 75t^2 - 3}{t^2 - 2t + 1} \\ &= \frac{75t^2 - 150t - 3}{t^2 - 2t + 1} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} v(t) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{75t^2 - 150t - 3}{t^2 - 2t + 1} \right) \end{aligned}$$

Menyelesaikan Masalah Sesuai Rencana

Nilai limit di tak hingga fungsi kecepatan:

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} v(t) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{75t^2 - 150t - 3}{t^2 - 2t + 1} \right) \times \frac{\frac{1}{t^2}}{\frac{1}{t^2}} \\&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{75 - \frac{150}{t} - \frac{3}{t^2}}{1 - \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}} \right) \\&= \frac{75 - 0 - 0}{1 - 0 + 0} \\&= 75\end{aligned}$$

Jadi kecepatan maksimum kereta adalah 75 meter per sekon.

Permasalahan 2:

8 Menit

Jika diketahui fungsi kecepatan kereta:

$$v(t) = (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t}$$

Tentukan kecepatan maksimum jika kereta tidak berhenti untuk waktu yang lama!

Alternatif Penyelesaian:

Memahami Masalah:

Diketahui: kecepatan kereta: $v(t) = (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t}$

Ditanya: berapa kecepatan maksimum kereta jika tidak berhenti untuk waktu yang lama?

Merencanakan Penyelesaian

Strategi:

- (1) Substitusikan t dengan ∞ !
- (2) Apa yang diperoleh? limit di tak hingga bentuk
- (3) Variabel dengan pangkat tertinggi adalah
- (4) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan dengan sekawan fungsi yang diketahui!
- (5) Sederhanakan!
- (6) Kalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar!
- (7) Tentukan nilai limit fungsinya!

$$v(t) = (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t}$$

$$v(\infty) = (2 \cdot \infty - 1) - \sqrt{4(\infty)^2 - 200t}$$

$$= \infty - \infty$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (2t - 1) - \sqrt{4t^2 - 200t}$$

Menyelesaikan Masalah Sesuai Rencana

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(2t-1) - \sqrt{4t^2 - 200t}}{(2t-1) + \sqrt{4t^2 - 200t}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4t^2 - 4t + 1) - (4t^2 - 200t)}{(2t-1) + \sqrt{4t^2 - 200t}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4t^2 - 4t + 1) - (4t^2 - 200t)}{(2t-1) + \sqrt{4t^2 - 200t}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{196t + 1}{(2t-1) + \sqrt{4t^2 - 200t}} \cdot \frac{\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{196t}{t} + \frac{1}{t}}{\left(\frac{2t}{t} - \frac{1}{t}\right) + \sqrt{\frac{4t^2}{t^2} - \frac{200t}{t^2}}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{196 + \frac{1}{t}}{\left(2 - \frac{1}{t}\right) + \sqrt{4 - \frac{200}{t}}} \\
 &= \frac{196 + 0}{(2 - 0) + \sqrt{4 - 0}} \\
 &= \frac{196}{4} \\
 &= 49
 \end{aligned}$$

Jadi, kecepatan maksimum kereta adalah 49 m/s



Ayo

4 Menit

Langkah-langkah dalam menentukan limit mendekati tak hingga bentuk

$\frac{\infty}{\infty}$ dan $\infty - \infty$ adalah sebagai berikut.

Bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$, dapat diselesaikan dengan cara:

1. mengalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar;
2. menentukan nilai limit fungsinya.

Bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = \infty - \infty$, dapat diselesaikan dengan cara:

1. mengalikan dengan akar sekawan, kemudian sederhanakan;
2. mengalikan pembilang dan penyebut masing-masing dengan $\frac{1}{t^n}$ dengan n pangkat tertinggi pada bentuk aljabar;
3. menentukan nilai limit fungsinya.