SISTEMA DE ECUACIONES

Es un conjunto de dos ecuaciones que deben verificarse para los mismos valores de las incógnitas. Para indicar que forman un sistema, se abarca con una llave.

1. Resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas significa hallar el conjunto de valores de las incógnitas que sustituidos en vez de ellos, en las dos ecuaciones, verifican las igualdades.

Ejemplo:

El sistema $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ Se verifica para $x = 3 \wedge y = 1$ ya que satisfacen simultáneamente ambas ecuaciones, como lo veremos a continuación:

En la 1° ecuación: $2 \cdot \mathbf{3} - \mathbf{1} = 5$ (verdadero)
En la 2° ecuación: $\mathbf{3} + 3 \cdot \mathbf{1} = 6$ (verdadero)

Luego, decimos que el conjunto solución (C.S.) de este sistema es {3; 1}, lo cual se escribe así: **C.S.={(3; 1)}**

Observa que el primer elemento del conjunto solución corresponde al valor de **x**.

2. Métodos de resolución

Existen diversos métodos para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. En esta oportunidad daremos a conocer tres métodos importantes.

I. Método de sustitución

Consideremos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 5y = -1 & \text{.....(I)} \\ 3x - y = 7 & \text{.....(II)} \end{cases}$$

- De una de las ecuaciones del sistema se despeja el valor de una de las incógnitas en función de la otra. Despejamos **y** de la ecuación (II):

$$3x - y = 7$$
$$\boxed{3x - 7 = y} \quad \text{.....(III)}$$

- Sustituimos este resultado $y = 3x - 7$ en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola variable. Veamos:

(III) en (I):

$$2x + 5y = -1$$
$$2x + 5(3x - 7) = -1$$
$$2x + 15x - 35 = -1$$
$$17x = 34$$
$$\boxed{x = 2}$$

- Reemplazamos el valor obtenido de **x** en (III):

$$y = 3x - 7$$
$$y = 3 \cdot 2 - 7$$
$$\boxed{y = -1}$$

- Luego:

El conjunto solución del sistema es:
C.S. = {(2; -1)}

II. Método de igualación

Este método consiste en lo siguiente:

De ambas ecuaciones del sistema se despeja el valor de la misma incógnita en función de la otra y luego se igualan ambos resultados, obteniéndose una ecuación con una incógnita. El valor obtenido de esta ecuación se reemplaza en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema para determinar el valor de la otra incógnita.

Ejemplo: Resolver el sistema:

$$8x - y = 53 \quad \text{.....(I)}$$
$$4x + 5y = 43 \quad \text{.....(II)}$$

Resolución:

- De (I) despejamos y: $8x - y = 53$

$-y = -8x + 53$

$\boxed{y = 8x - 53}$ .....(III)

- De (II) despejamos y:

$4x + 5y = 43$
$5y = 43 - 4x$

$\boxed{y = \frac{43 - 4x}{5}}$ .....(IV)

- Igualamos ambos resultados con el fin de obtener una ecuación con una sola variable:

$$8x - 53 = \frac{43 - 4x}{5}$$

Resolviendo:

$40x - 265 = 43 - 4x$
$44x = 308$

$\boxed{x = 7}$

- Reemplazamos este valor hallado de x en (III) o en (IV)

En (III):

$y = 8x - 53$
$y = 8 \cdot 7 - 53$

$\boxed{y = 3}$

Luego:

El conjunto solución del sistema es:
C.S. = {(7; 3)}

III. Método de reducción o de sumas y restas

Este método consiste en buscar que la incógnita a eliminar, tengan los coeficientes opuestos en ambas ecuaciones, para que después de sumar miembro a miembro, resulte una ecuación de una sola variable.

Ejemplo: Resolver el sistema

$$\begin{cases} 3x - 2y = 18 & .....(I) \\ 4x + 5y = 1 & .....(II) \end{cases}$$

- Tratamos de eliminar una variable. Por ejemplo, vamos a eliminar "y" para lo cual multiplicamos la primera ecuación por 5 y la segunda por 2. Veamos:

(I) Por 5: $3x - 2y = 18 \Rightarrow 15x - \cancel{10y} = 90$
(II) Por 2: $4x + 5y = 1 \Rightarrow 8x + \cancel{10y} = 2$
Sumando: $23x = 92$

$\boxed{x = 4}$

- Reemplazamos este valor hallado de x en la ecuación (I) o en la ecuación (II).

En (I):

$3x - 2y = 18$
$3 \cdot 4 - 2y = 18$
$12 - 2y = 18$
$-2y = 6$

$\boxed{y = -3}$

Luego:

El conjunto solución del sistema es:
C.S. = {(4; -3)}

Métodos de Solución

Sustitución

Ejm.:

$x + 2y = 13$.....(1)
$3x - y = 11$.....(2)

* Despejamos "x" de (1) $x = 13 - 2y$.....(3)
* Sustituimos (3) en (2) $3(13 - 2y) - y = 11$
  Despejamos "y" $y = 4$
* Reemplazamos y = 4 en (1) $x + 2(4) = 13$
  Despejamos "x" $x = 5$

Igualación

Ejm.:

$x + 2y = 13$.....(1)
$3x - y = 11$.....(2)

* Despejamos "x" de (1) $x = 13 - 2y$.....(3)
* Despejamos x de (2) $x = \frac{11 + y}{3}$ .....(4)
* Igualamos (3) y (4) $13 - 2y = \frac{11 + y}{3}$
  $\rightarrow y = 4$
* Reemplazamos y = 4 en (3)
  $\rightarrow x = 5$

Reducción

Ejm.:

$x + 2y = 13$.....(1)
$3x - y = 11$.....(2)

* Buscamos coeficientes iguales $x + 2y = 13$.....(1)
  La ecuación (2) lo multiplicamos por 2. $6x - 2y = 22$.....(2)
* Sumamos miembro a miembro $7x = 35$
  $x = 5$
* Reemplazamos x en cualquiera de las ecuaciones (1) ó (2). $5 + 2y = 13$
  $y = 4$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Resolver:
$x + y = 5$
$x - y = 7$ Indicar el valor de "x"

a) 8 b) 6 c) 7
d) 2 e) 5

2. Resolver:
$x + y = 8$
$x - y = 10$ Indicar el valor de "y"

a) 9 b) 8 c) 18
d) 1 e) -1

3. Resolver:
$2x + y = 3$
$y + x = 2$ Indicar: $E = x - y$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 0 e) -1

4. Resolver:
$3x + 2y = 5$
$2x + 3y = 5$ Indicar el valor de: $E = \frac{x}{y}$

a) 2 b) 5 c) 3
d) 1 e) 0

5. Resolver:
$5x + 7y = 17$
$2x + y = 5$ Indicar: $x + y$

a) 3 b) 6 c) 8
d) 12 e) -2

6. Resolver:
$17x + 2y = 36$
$x + y = 3$ Hallar: $x - y$

a) 0 b) 1 c) 2
d) -1 e) 4

7. Resolver:
$x - y = 7$
$x + y = 11$ Indicar el valor de "y"

a) 9 b) 2 c) 1
d) 11 e) 7

8. Resolver:
$3x + y = -1$
$x - y = 5$ Indicar el valor de "y"

a) 4 b) 2 c) 3
d) 1 e) -4

9. Resolver:
$4y + x = 5$
$3y + 2x = 5$ Indicar el valor de "x"

a) 1 b) 2 c) 3
d) -1 e) 5

10. Resolver:
$7x + 3y = 20$
$5x + 2y = 14$ Indicar: "x/y"

a) 2 b) 4 c) 1
d) 3 e) -1