

Potencias

Primero calculamos potencias aplicando la definición de la operación de **potenciación**, después explicaremos y aplicaremos las siguientes **propiedades de las potencias**:

| | | |
|--------------------------------------|-----------|---|
| $1^n = 1$ | $a^1 = a$ | $a^0 = 1, (a \neq 0)$ |
| $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ |
| $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ |
| $a^{-1} = \frac{1}{a}, (a \neq 0)$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ |
| $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, (a \neq 0)$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ |

Definición

La **potencia** a^n representa el producto que tiene n veces el número a . El número a se llama base y el número n se llama exponente.

Ejemplo: potencias de 2:

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Por lo que hemos visto, podemos decir:

$$1^n = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

Dicho en palabras,

- Si la base de una potencia es 1, el resultado es 1.
- Si el exponente de una potencia es 1, el resultado es la base.
- Si el exponente de una potencia es 0 (y la base no es 0), el resultado es 1.

Observad que si la base de una potencia es negativa:

- El resultado es positivo si el exponente es par.
- El resultado es negativo si el exponente es impar.

Esto puede resumirse como:

$$\text{si } a > 0$$

↓

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{si } n \text{ es par} \\ -(a^n), & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Exponente negativo

La potencia de un número distinto de 0 elevado a -1 es igual a su inverso:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$$

La potencia de un número distinto de 0 elevado al número negativo $-n$ es el inverso del número elevado a n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$$

Potencia de una potencia

La potencia de una potencia con base a es la potencia con base a y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Potencia del producto y del cociente

La potencia de un producto de factores es igual al producto de las potencias de los factores:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

La potencia de un cociente de números es igual al cociente de las potencias de los números:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potencia de una fracción con exponente negativo

El resultado de elevar una fracción a -1 es la fracción inversa (intercambiar el numerador y el denominador):

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

La potencia de una fracción con exponente negativo $-n$ es la potencia del inverso de la fracción con exponente n :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$