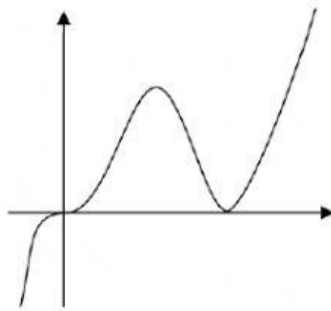


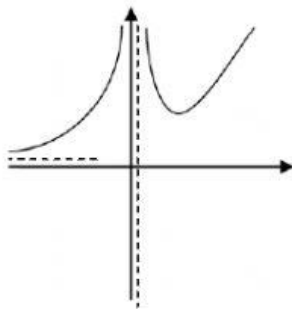
שאלות אמריקאיות לסיכום פרק אנליזה – 5 יח"ל

יש לסמן בתיבת הסימון את הטענות הנכונות. (יתכן ויש יותר מטענה אחת נכונה)
בסיום, יש ללחוץ על "Finish" ולבדוק תשובות.
ניתן לחזור על השאלון מס' פעמים.



1. לגרף הנתון של הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול בראשית הצירים.

- א. קיים רק ערך אחד של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.
- ב. עבור כל $x < 0$ מתקיים: $f(x) < f'(x)$.
- ג. יתכן שהפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
- ד. אם למשוואה $f(x) = t$ יש שלושה פתרונות אז למשוואה $f(x) = -t$ יש פתרון אחד.



2. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ ששתי האסימפטוטות שלה נחתכות בראשית הצירים.
נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

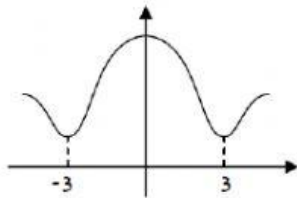
- א. הישר העובר דרך נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ושל הפונקציה $g(x)$ מקביל לציר ה- y .
- ב. קיים תחום שבו מתקיים: $0 < g'(x)$ וגם $0 < f'(x)$.
- ג. לשתי הפונקציות יש את אותן אסימפטוטות.
- ד. אם למשוואה $f(x) = 2k$ יש שני פתרונות אז למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.

3. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)^2}{(x-1)^2 \cdot (x-2)}$ ו: $g(x) = \frac{(x+3) \cdot (x+4)}{(x+4) \cdot (x+5)}$.

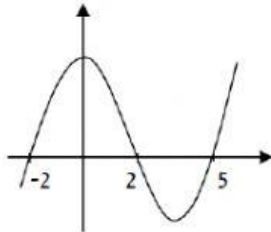
- א. על גרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות אי רציפות סליקות ("חור").
- ב. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות.
- ג. בכל אחד מהגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש נקודת אי רציפות סליקה אחת.
- ד. לגרף הפונקציה $g(x)$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות.

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{3x(x-1)}{(x-2)(x-3)}$ ו: $g(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x(x-1)}$. אין צורך לגזור את הפונקציות.

- א. האסימפטוטות האנכיות של $g(x)$ עוברות דרך נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ב. לפונקציה $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ יש ארבע אסימפטוטות אנכיות.
- ג. האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$, האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$ וציר ה- x יוצרים מלבן ששטחו 3 יח"ר.
- ד. האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $k(x) = f(x) - g(x)$ עוברת מעל ראשית הצירים.



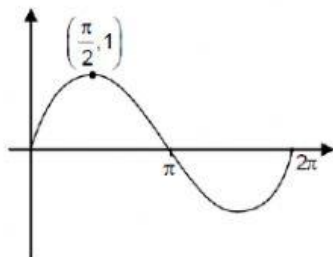
5. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.
 הגדירו את הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ ואת הפונקציה: $h(x) = f(-x)$.
 א. הפונקציה $g(x)$ חיובית בתחום: $-3 < x$.
 ב. הפונקציה $g(x)$ שלילית בתחום: $0 < x < 3$ או $x < -3$.
 ג. הפונקציה $h(x)$ שלילית לכל x .
 ד. למשוואה $|g(x)| = 0$ יש שני פתרונות בלבד.



6. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.
 הגדירו את הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ שנקודות הקיצון שלה הן A ו-B.
 א. שיפוע הקטע AB הוא חיובי.
 ב. הקטע AB מקביל לאחד הצירים.
 ג. ציר ה-x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$.
 ד. קיים רק ערך אחד של k שעבורו יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות.

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{16x^2 + 5}}{2x + 6} + a$. האסימפטוטה האנכית של הפונקציה חותכת את האסימפטוטות האופקיות שלה בנקודות M ו-N. ראשית הצירים בנקודה O.

- א. ככל ש-a גדול יותר הקטע MN ארוך יותר.
 ב. ככל ש-a קטן יותר הקטע MN ארוך יותר.
 ג. שטח המשולש $\triangle MNO$ אינו תלוי ב-a.
 ד. קיים רק ערך אחד של a שעבורו המשולש $\triangle MNO$ ישר זווית.



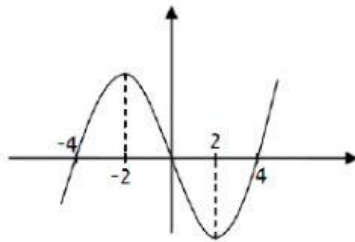
8. נתון גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.
 נתונות הפונקציות: $g(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ ו: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.
 א. נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטות של הפונקציה $h(x)$.
 ב. בתחום: $\pi \leq x \leq 2\pi$ מתקיים: $f(x) < g(x)$.
 ג. בתחום: $0 \leq x \leq \pi$ המכפלה $g'(x) \cdot h'(x)$ חיובית.
 ד. בתחום: $\pi \leq x \leq 2\pi$ בהכרח מתקיים: $f(x) \cdot g(x) < 0$.

9. לפונקציה $f(x) = \frac{(x-2) \cdot (\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}-1}$ יש רק שתי נקודות קיצון. אין צורך לגזור את הפונקציה.

- א. הפונקציה חיובית בתחום: $1 < x < 2$ ו: $9 < x$.
 ב. לפונקציה יש שתי נקודות מקסימום.
 ג. לפונקציה יש שתי נקודות מינימום.
 ד. בתחום: $0 < x < 1$ מתקיים: $0 < f(x) \cdot f'(x)$.

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{-9x^2 + 81}}{x+2}$. לפונקציה $f(x)$ יש:

- א. שתי אסימפטוטות אופקיות ואסימפטוטה אנכית אחת.
- ב. שתי אסימפטוטות אופקיות בלבד.
- ג. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית.
- ד. אסימפטוטה אנכית בלבד.



11. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.
- הגדירו את הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.
- א. בתחום: $-2 < x < 0$ מתקיים $g(x) < 0$.
 - ב. למשוואה $g(x) = 0$ יש רק 4 פתרונות.
 - ג. קיימים ערכי k שעבורם למשוואה $g(x) = k$ יש 5 פתרונות.
 - ד. יתכן שבתחום הסגור $-2 \leq x \leq 2$ יהיו לפונקציה $g(x)$ ארבע נקודות קיצון.

12. גרף הפונקציה $f(x) = \frac{(x-2)^{n-5}}{(x-1)^{7-n}}$ (n טבעי) חותך את ציר ה-y בנקודה A.

- א. עבור כל n, לפונקציה $f(x)$ תהיה אסימפטוטה אופקית.
- ב. ככל ש-n גדול יותר, הנקודה A רחוקה יותר מראשית הצירים.
- ג. עבור כל n זוגי גרף הפונקציה חותך את ציר ה-y מתחת לראשית הצירים.
- ד. עבור כל $x < 0$ גרף הפונקציה עובר ברביע השני בלבד.