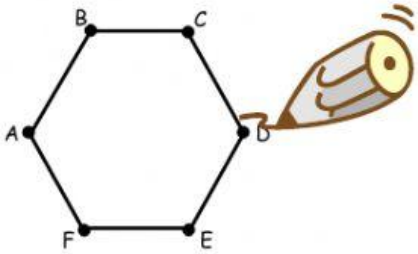
Polígonos

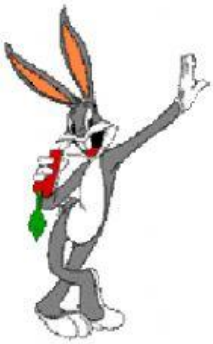
¿QUÉ ES UN POLÍGONO?

Es una figura geométrica cerrada, que se forma al unir consecutivamente tres o más puntos no colineales.



ELEMENTOS

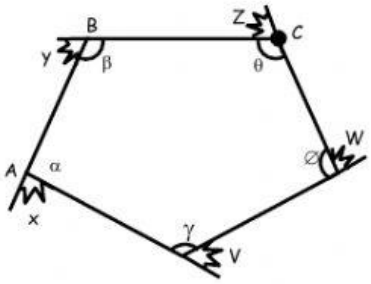
- Vértices: A, B, C, D, E, F
- Lados : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \ldots, \overline{FA}$



NOTACIÓN

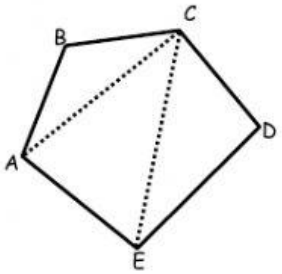
Polígono ABCDEF

ÁNGULOS DETERMINADOS



- Ángulos interiores: $\alpha, \beta, \theta, \varnothing, \gamma$
- Ángulos exteriores: x, y, z, w, v

LÍNEA ASOCIADA

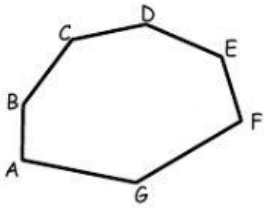


- Diagonales: $\overline{AC}, \overline{CE}, \ldots$

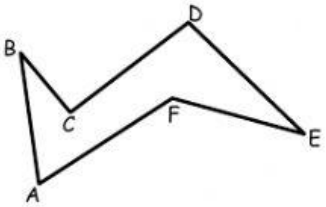
CLASIFICACIÓN

Por la región que limitan

- **Polígono Convexo**: cuyos ángulos interiores son menores de 180°.

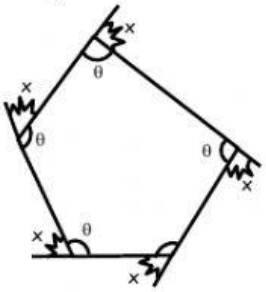


- **Polígono No convexo**: cuando uno o más ángulos son mayores de 180°.

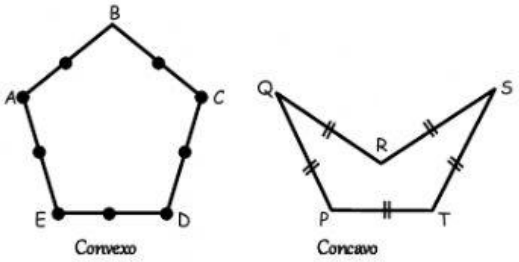


Por la medida de sus elementos

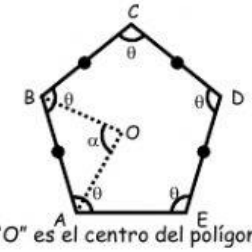
- **Polígono Equiángulo**: Cuando los ángulos interiores y exteriores son de la misma medida.



- **Polígono Equilátero**: Cuando los lados tienen igual longitud.



- **Polígono Regular**: Cuando los ángulos y lados tienen la misma medida.



Donde: "O" es el centro del polígono.

NOTA:

Solo los polígonos que son regulares tienen ángulo central.

Ángulo central: $\measuredangle AOB$
$OA = OB$

NOMENCLATURA POR LA CANTIDAD DE LADOS

- Polígono de 3 lados: _____
- Polígono de 4 lados: _____
- Polígono de 5 lados: _____
- Polígono de 6 lados: _____
- Polígono de 7 lados: _____
- Polígono de 8 lados: _____
- Polígono de 9 lados: _____
- Polígono de 10 lados: _____
- Polígono de 11 lados: _____
- Polígono de 12 lados: _____
- Polígono de 15 lados: _____
- Polígono de 20 lados: _____

PROPIEDADES

Relación de lados, vértices, ángulo

N° vértices = N° lados = N° ángulos = n

Suma de medidas de los ángulos interiores (Si)

$$Si = 180\,(n - 2)$$

Para Convexo y Concavo

n = numero de lados

Ejemplo:
Calcular la suma de ángulos internos de un octógono.

Sol:
Octógeno tiene 8 lados → n = 8.

Luego:

$Si = 180\,(n - 2)$
$= 180\,(8 - 2)$
$= 180 \times 6$
$Si = 1080°$

Suma de medidas de los ángulos exteriores (Se)

Para Convexo

$$Se = 360º$$

Medida de un ángulo interior en polígonos equiángulos ($\measuredangle i$)

$$\measuredangle i = \frac{180\,(n - 2)}{n}$$

n = numero de lados

Ejemplo:
Si el polígono es equiángulo, calcular "θ"

Sol:

$\theta = \dfrac{180\,(n-2)}{n}$

$\theta = \dfrac{180\,(\quad -2)}{} \Rightarrow \theta =$

n =

Medida de un ángulo exterior en polígonos equiángulos ($\measuredangle e$)

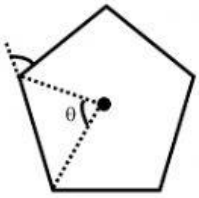
$$\measuredangle e = \frac{360}{n}$$

NOTA:

Solo en polígono regular
Ángulo central = ángulo exterior

$$\measuredangle c = \measuredangle e$$

Ejemplo:
Si el polígono es regular, calcular "θ"

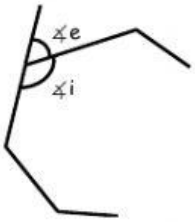


Sol.:
Como $\measuredangle c = \measuredangle e$

$\theta = \dfrac{360}{n}$

n =

Suma de un ángulo interior y un ángulo exterior



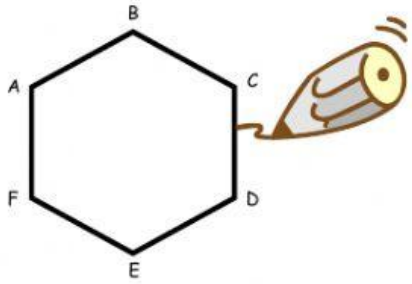
$$\measuredangle i + \measuredangle e = 180º$$

¿QUÉ ES UNA DIAGONAL?

Es el segmento cuyos extremos son dos vértices no consecutivos del polígono.

Ejemplo

Según el gráfico trazar tres diagonales.



Las diagonales son:

_____

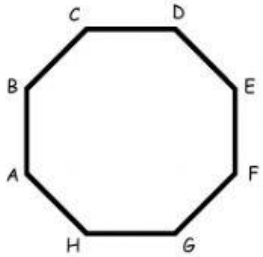
_____

_____

Número de diagonales desde un vértice

$$N_{D_{1v}} = n - 3$$

Ejemplo



Como: n = ...

$N_{D_{1v}}$ = ...

= .....

NOTA

Para varios vértices consecutivos:

Nº de orden de vértices	# diagonales
1er vértice	n – 3
2do vértice	n – 3
3er vértice	n – 4
4to vértice	n – 5
5to vértice	n – 6
6to vértice	n – 7
⋮	⋮
K vértice	n(k + 1)

Ejemplo

De un nonágono, la cantidad de diagonales de 4 vértices consecutivos:

Sol.-

1º vértice : –3 =
2º vértice : –3 =
3º vértice : –4 =
4º º vértice : –5 =

Luego la cantidad es:

_____ + _____ + _____ + _____ =

NÚMERO TOTAL DE DIAGONALES

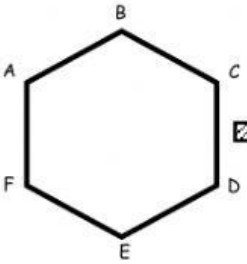
En todo polígono el número total de diagonales que se puede trazar es:

$$N_D = \frac{n(n-3)}{2}$$

n: número de lados.

Ejemplo

El número total de diagonales de un hexágono es:



Como: n = 9

N_D = (–)

N_D = ...

Ejercicios de aplicación

1. La suma de los ángulos interiores de un icoságono:

   a) 3240 b) 3800 c) 4000
   d) 3600 e) 1800

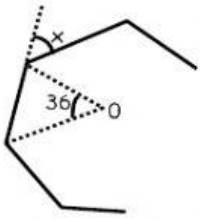
2. Si el ángulo interior de un polígono es 132° ¿Cuánto mide su ángulo exterior?

   a) 132 b) 58 c) 68
   d) 48 e) 122

3. Si el ángulo interior de un polígono equiángulo es 135° ¿Cómo se llama el polígono?
   a) Octógono
   b) Decágono
   c) Hexágono
   d) Nanágono
   e) Heptágono

4. Calcular "x", si el polígono es regular:

   a) 36
   b) 18
   c) 54
   d) 75
   e) 45



5. Si el ángulo central de un polígono es 18°. ¿Cuánto mide su ángulo interior?

   a) 162 b) 36 c) 72
   d) 152 e) 18

6. Si el ángulo interior es el triple del ángulo exterior de un polígono regular. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

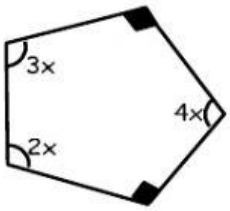
   a) 7 b) 9 c) 6
   d) 8 e) 10

7. La suma de ángulos interiores y exteriores de un polígono es 1800°. ¿Cuántos lados tiene?

   a) 10 b) 12 c) 14
   d) 8 e) 6

8. Calcular "x":

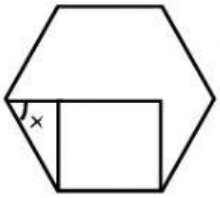
   a) 40
   b) 15
   c) 20
   d) 25
   e) 30



9. Calcular "x", si los polígonos son regulares:
   a) 15
   b) 24
   c) 30
   d) 26
   e) 17

10. Calcular "x", si los polígonos son regulares:

    a) 70
    b) 75
    c) 65
    d) 60
    e) 80



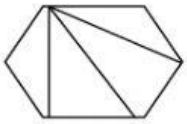
11. El número de diagonales de un octógono es:

    a) 40 b) 20 c) 80
    d) 60 e) 30

12. ¿Cuántas diagonales se puede trazar desde un vértice de un pentadecágono?

    a) 18 b) 15 c) 12
    d) 6 e) 21

13. ¿Cuántas diagonales faltan trazar al polígono?



    a) 2 b) 4 c) 6
    d) 8 e) 10

14. En un pentágono ABCDE, el lado AE es paralelo al lado BC, calcula la suma de los ángulos E, D y C.

    a) 180° b) 360° c) 324°
    d) 270° e) 540°

15. Si el ángulo exterior de un polígono regular mide 40°. ¿Cuántas diagonales se puede trazar?

    a) 54 b) 27 c) 18
    d) 72 e) 9

16. Si el ángulo interior de un polígono regular mide 135°. ¿Cuántas diagonales tiene?

    a) 7 b) 8 c) 9
    d) 10 e) 6

17. Determinar el número de diagonales de un polígono, si de 6 vértices se puede trazar 44 diagonales.

    a) 68 b) 44 c) 54
    d) 45 e) 77

18. ¿Cuál es el polígono donde se pueden trazar 6 diagonales desde un vértice?

    a) Hexágono d) Octógono
    b) Pentágono e) Heptágono