

דני ודנה מצאו את הפונקציה הקדומה $F(x) = \int \sin x \cdot \cos x \, dx$ בדרכים שונות:

פתרונו של דני: דני זיהה את הפונקציה $\sin x$ ואת הנגזרת שלה $\cos x$

$$\int \sin x \cdot \cos x \, dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C \quad \text{והראה כי}$$

פתרונה של דנה: דנה השתמשה בזהות הטריגונומטרית $2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$

$$\int \sin x \cdot \cos x \, dx = \int \frac{\sin 2x}{2} \, dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C \quad \text{והראתה כי:}$$

$$\text{אבל: } -\frac{\cos 2x}{4} \neq \frac{\sin^2 x}{2}$$

1. בחר את שתי הזהויות שמסבירות את התוצאות השונות שהתלמידים קיבלו?

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

2. השלם את המילים במשפט הבא:

אם שתי פונקציות הן פונקציות קדומות של אותה הפונקציה אז ההפרש ביניהן הוא
והן אחת של השנייה.

3. מהו ההפרש בין הפונקציה הקדומה שדני מצא לפונקציה הקדומה שמצאה דנה?

1. בדקו נכונות/אי נכונות הטענות הבאות.

אם הטענה נכונה – הוכיחו אותה, אם לא – הציגו דוגמה נגדית.

- א. הנגזרת של כל פונקציה זוגית היא פונקציה אי-זוגית
- ב. הנגזרת של כל פונקציה אי-זוגית היא פונקציה זוגית
- ג. כל פונקציה קדומה של פונקציה אי-זוגית היא פונקציה זוגית
- ד. כל פונקציה קדומה של פונקציה זוגית היא פונקציה אי-זוגית

2. בדקו נכונות/אי נכונות הטענה הבאה.

אם הטענה נכונה – הוכיחו אותה, אם לא – הציגו דוגמה נגדית.

לכל פונקציה זוגית קיימת פונקציה קדומה שהיא פונקציה אי-זוגית

3. השלימו את המשפט:

אם פונקציה היא פונקציה קדומה אי זוגית של פונקציה זוגית והיא אז היא חייבת

.....

4. כמה פונקציות קדומות אי זוגיות קיימות לפונקציה זוגית? נמקו.