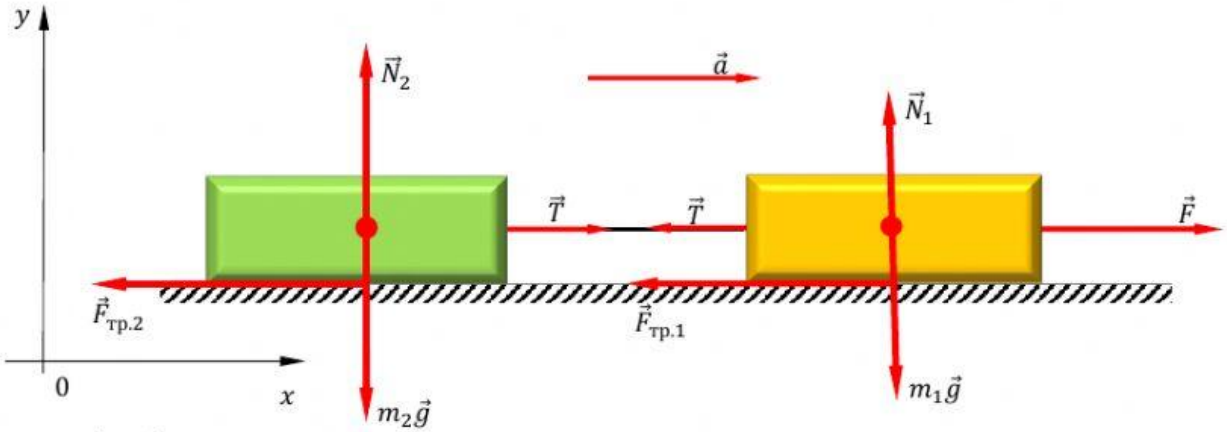
ПРІЗВИЩЕ, ІМ'Я ***КЛАС***

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ТЕМИ «РУХ СИСТЕМИ ЗВ'ЯЗАНИХ ТІЛ»

1. *Два тіла масами* $m_1 = 2$кг *та* $m_2 = 3$кг *зв'язані ниткою. Перше тіло тягнуть вправо із силою* $F = 15H$ *по поверхні з коефіцієнтом тертя* $\mu = 0{,}1$. *Визначите силу натягу нитки, що зв'язує тіла. З яким прискоренням рухаються тіла? Вважайте* $g = 10\,\frac{м}{с^2}$.



Дано	*СІ*	*Розв'язання*
$m_1 = 2$кг $m_2 = 3$кг $F = 15H$ $\mu = 0{,}1$		Оскільки в умові задачі не вказано іншого, вважаємо нитку невагомою та нерозтяжною. В такому випадку сили натягу нитки в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо перше тіло. На нього діють сила тяжіння $m_1\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_1$, сила тяги $\vec{F}$, сила тертя $\vec{F}_{тр.1}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{F}_{тр.1} + \vec{T} = m_1\vec{a}\ (1)$$ Де m_1 – маса першого тіла, a – прискорення, з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $$0x: F - T - F_{тр.1} = m_1 a\ (2)$$ $$0y: N_1 - m_1 g = 0\ (3)$$ З (3): $$N_1 = m_1 g \quad (4)$$ Сила тертя: $$F_{тр.1} = \mu N_1\ (5)$$ Де μ – коефіцієнт тертя. З (4) і (5): $$F_{тр.1} = \mu m_1 g\ (6)$$ Перепишемо (2): $$F - T - \mu m_1 g = m_1 a\ (7)$$ Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $m_2\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_2$, сила тертя $\vec{F}_{тр.2}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр.2} + \vec{T} = m_2\vec{a}\ (8)$$ Де m_2 – маса другого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $$0x: T - F_{тр.2} = m_2 a\ (9)$$ $$0y: N_2 - m_2 g = 0\ (10)$$ З (10): $$N_2 = m_2 g \quad (11)$$ Сила тертя:

LIVEWORKSHEETS

$$F_{\text{тр.2}} = \mu N_2 \ (12)$$

З (11) і (12):

$$F_{\text{тр.2}} = \mu m_2 g \ (13)$$

Перепишемо (9):

$$T - \mu m_2 g = m_2 a \ (14)$$

Додамо почленно ліву та праву частини рівнянь (7) і (14):

$$F - T - \mu m_1 g + T - \mu m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$F - \mu g(m_1 + m_2) = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{F - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g \ (15)$$

Підставимо одержаний вираз в (14):

$$T - \mu m_2 g = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g\right)$$

$$T = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g\right) + \mu m_2 g$$

$$T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \quad (16)$$

Виконаємо числову підстановку в (15) і (16):

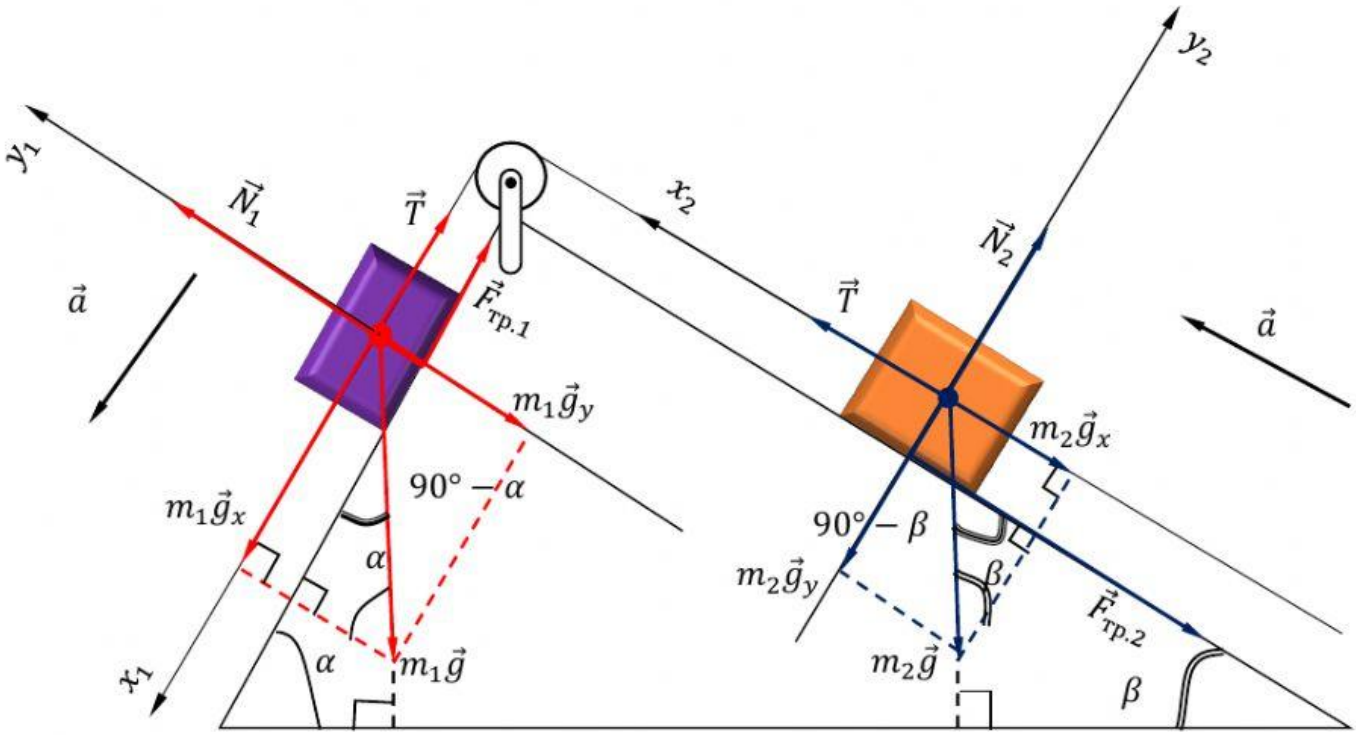
$$a = \frac{15 \text{ Н}}{2 \text{ кг} + 3 \text{ кг}} - 0{,}1 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = \frac{3 \text{ кг}}{2 \text{ кг} + 3 \text{ кг}} \cdot 15\text{Н} = 9\text{Н}$$

Знайти: T, a

Відповідь. $T = 9\text{Н}, a = 2\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. *На призмі закріплено нерухомий блок, через який перекинуто невагому та нерозтяжну нитку, що зв'язує тіла, масами* $m_1 = 5\text{кг}$ *та* $m_2 = 2\text{кг}$. *Коефіцієнти тертя* $\mu_1 = 0{,}1$, $\mu_2 = 0{,}2$. $\alpha = 60°, \beta = 30°$. *Знайдіть прискорення, з яким рухаються вантажі, та силу натягу нитки. Прийміть* $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

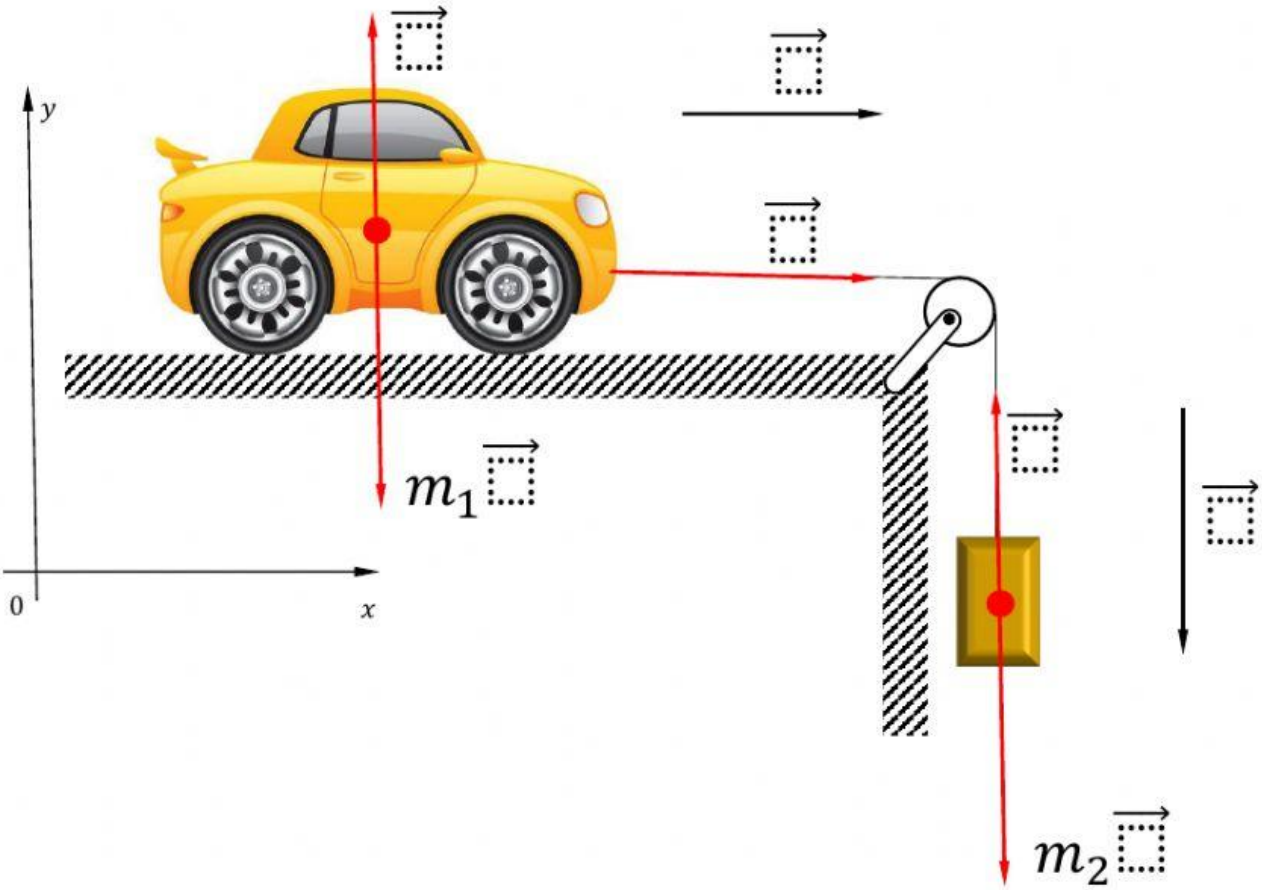


LIVEWORKSHEETS

Дано	*СІ*	*Розв'язання*
$\boldsymbol{m_1 = 5}$кг $\boldsymbol{m_2 = 2}$кг $\boldsymbol{\mu_1 = 0,1}$ $\boldsymbol{\mu_2 = 0,2}$ $\boldsymbol{\alpha = 60°}$ $\boldsymbol{\beta = 30°}$		Оскільки нитка невагома та нерозтяжна, сили натягу в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо перше тіло. На нього діють сила тяжіння $m_1\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_1$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.1}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр.1}} + \vec{T} = m_1\vec{a}\ (1)$$ Де m_1 – маса першого тіла, a – прискорення, з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $$0x_1: m_1 g sin\alpha - T - F_{\text{тр.1}} = m_1 a\ (2)$$ $$0y_1: N_1 - m_1 g cos\alpha = 0\ (3)$$ З (3): $$N_1 = m_1 g cos\alpha \quad (4)$$ Сила тертя: $$F_{\text{тр.1}} = \mu_1 N_1\ (5)$$ Де μ_1 – коефіцієнт тертя першого тіла об поверхню призми. З (4) і (5): $$F_{\text{тр.1}} = \mu_1 m_1 g cos\alpha\ (6)$$ Перепишемо (2): $$m_1 g sin\alpha - T - \mu_1 m_1 g cos\alpha = m_1 a\ (7)$$ Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $m_2\vec{g}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}_2$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тр.2}}$, сила натягу нитки $\vec{T}$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр.2}} + \vec{T} = m_2\vec{a}\ (8)$$ Де m_2 – маса другого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $$0x_2: T - m_2 g sin\beta - F_{\text{тр.2}} = m_2 a\ (9)$$ $$0y_2: N_2 - m_2 g cos\beta = 0\ (10)$$ З (10): $$N_2 = m_2 g cos\beta \quad (11)$$ Сила тертя: $$F_{\text{тр.2}} = \mu_2 N_2\ (12)$$ Де μ_2 – коефіцієнт тертя другого тіла об поверхню призми. З (11) і (12): $$F_{\text{тр.2}} = \mu_2 m_2 g cos\beta\ (13)$$ Перепишемо (9): $$T - m_2 g sin\beta - \mu_2 m_2 g cos\beta = m_2 a\ (14)$$ Додамо почленно ліву та праву частини рівнянь (7) і (14): $$m_1 g sin\alpha - T - \mu_1 m_1 g cos\alpha + T - m_2 g sin\beta - \mu_2 m_2 g cos\beta = m_1 a + m_2 a$$ $$m_1 g sin\alpha - \mu_1 m_1 g cos\alpha - m_2 g sin\beta - \mu_2 m_2 g cos\beta = (m_1 + m_2)a$$ $$a = g\frac{m_1(sin\alpha - \mu_1 cos\alpha) - m_2(sin\beta + \mu_2 cos\beta)}{m_1 + m_2}\ (15)$$ $$T = m_2 g sin\beta + \mu_2 m_2 g cos\beta + m_2 a = m_2(g sin\beta + \mu_2 g cos\beta + a)\ (16)$$ Виконаємо числову підстановку в (15) і (16): $$a = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{5\text{кг} \cdot (0,866 - 0,1 \cdot 0,5) - 2\text{ кг} \cdot (0,5 + 0,2 \cdot 0,866)}{5\text{кг} + 2\text{кг}} \cdot = 5,33\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$ $$T = 2\text{ кг} \cdot \left(10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,866 + 5,33\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right) = 24,12\text{Н}$$
Знайти: T, a		*Відповідь.* $T = 24,12$ Н, $a = 5,33\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$,

LIVEWORKSHEETS

3. *Іграшка масою* $m_1 = 800$ г *рухається під дією вантажу масою* $m_2 = 200$ г, *привязаного до нитки, що перекинута через нерухомий блок. Яка сила натягу нитки під час руху, а також прискорення руху інграшки, якщо тертя настільки мале, що ним можна знехтувати. Нитку вважайте невагомою та нерозтяжною. Прийміть* $g = 10\,\frac{м}{с^2}$. *Відповідь округліть до сотих.*



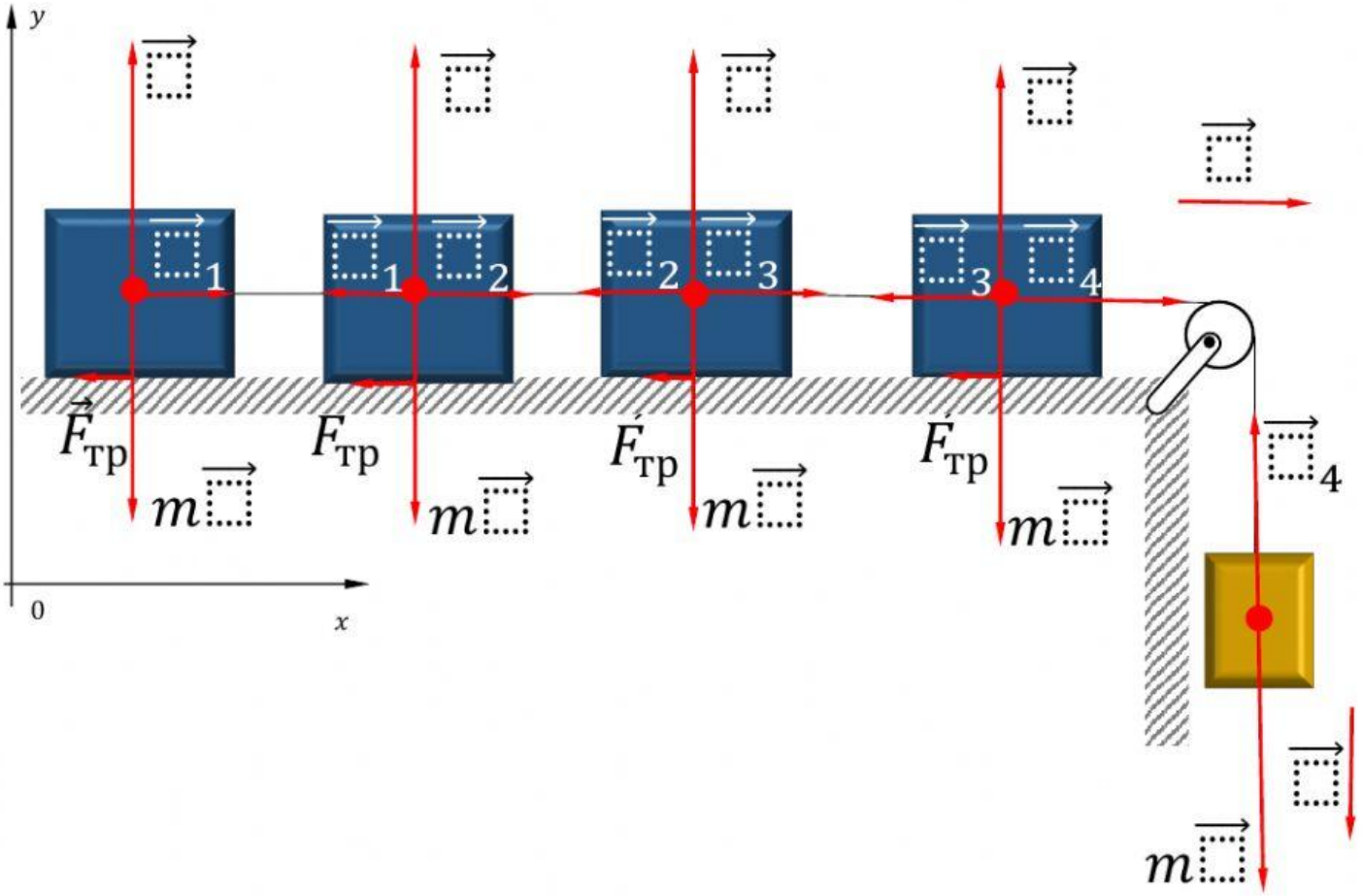
Дано	*СІ*	*Розв'язання*
$m_1 = 800$ г $m_2 = 200$ г	= = кг кг	Оскільки нитка невагома та нерозтяжна, сили натягу нитки в усіх її точках однакові. Прискорення, з яким рухаються зв'язані тіла, однакові. Розглянемо іграшку. На неї діють сила тяжіння m_1, сила нормальної реакції опори , сила натягу нитки . Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m_1 \qquad = m_1$ (1) Де m_1 – іграшки, a – , з яким рухаються тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0x$: = (2)

LIVEWORKSHEETS

		$0y: \qquad = \qquad (3)$ Розглянемо друге тіло (вантаж). На нього діють сила тяжіння $m_2 \vec{\ }$, сила натягу нитки $\vec{\ }$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m \vec{\ } \qquad \vec{\ } = m \vec{\ } \quad (4)$ Де $m_2 -$ вантажу. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі: $0y:$ $= \qquad (5)$ З (5): $T = m_2 \qquad m_2 \quad (6)$ Перепишемо (2): $m_2 \qquad m_2 \quad = m \quad (7)$ $a = \dfrac{\qquad}{m_1 \quad m_2} \ (8)$ Підставимо одержаний вираз в (2): $T = \dfrac{m \quad m}{m_1 \quad m_2} \quad (9)$ Виконаємо числову підстановку в (8) і (9): $a = \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \dfrac{\text{кг}}{\text{кг} \qquad \text{кг}} = \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $T = \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \dfrac{\text{кг} \cdot \qquad \text{кг}}{\text{кг} \qquad \text{кг}} = \text{Н}$
Знайти: T, a		*Відповідь.* $T = \quad \text{Н}, a = \quad \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$

4. *Чотири бруски однаковою масою* $m = 1$ кг *з'єднані невагомими нерозтяжними нитками і через ідеальний блок з'єднані з вантажем масою* $m = 1$ кг. *Коефіцієнт тертя між тілами і столом* $\mu = 0{,}1$. *Визначте прискорення руху вантажів та силу натягу всіх ниток. Прийміть* $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. *Відповідь округліть до десятих.*

LIVEWORKSHEETS



Дано	*СІ*	*Розв'язання*
$m = 1$ кг $\mu = 0{,}1$		Оскільки нитки невагомі та нерозтяжні, сили натягу для кожної з ниток в усіх її точках однакові. Розглянемо перше тіло (крайнє зліва). На нього діють сила тяжіння $m\vec{\ }$, сила нормальної реакції опори $\vec{\ }$, сила натягу нитки $\vec{\ }_1$, сила тертя $\vec{\ }_{тр}$. Запишемо для першого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $m\vec{\ } = \vec{\ } + \vec{\ }_1 + \vec{\ }_{тр}$ (1) Де m – першого тіла. Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

LIVEWORKSHEETS

$0x$: тр

$=$ (2)

$0y$: $=$ (3)

Сила тертя:

тр $=$ $\cdot$ $=$ $\cdot$

Перепишемо (2):

$=$ (4)

Розглянемо друге тіло. На нього діють сила тяжіння $\vec{m}$, сила нормальної реакції опори $\vec{}$, сили натягу нитки $\vec{}_1$, $\vec{}_2$ сила тертя $\vec{}_{тр}$. Запишемо для другого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$\vec{m}$ $\vec{}$ $\vec{}_1$ $\vec{}_2$ $\vec{}_{тр}$

$=$ $\vec{}$ (5)

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$0x$: тр

$=$ (6)

$0y$: $=$ (7)

Сила тертя:

тр $=$ $\cdot$ $=$ $\cdot$

Перепишемо (5):

2 1

$=$ (8)

Розглянемо третє тіло. На нього діють сила тяжіння $\vec{m}$, сила нормальної реакції опори $\vec{}$, сили натягу нитки $\vec{}_2$, $\vec{}_3$

LIVEWORKSHEETS

сила тертя $\vec{\quad}_{тр}$. Запишемо для третього тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{\quad} = \vec{\quad}_2 + \vec{\quad}_3 + \vec{\quad}_{тр} \quad (9)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0x: \quad = \quad {}_{тр} \quad (10)$$

$$0y: \quad = \quad (11)$$

Сила тертя:

$$_{тр} = \cdot = \cdot$$

Перепишемо (9):

$$_3 = {}_2 \quad (12)$$

Розглянемо четверте тіло. На нього діють сила тяжіння $m\vec{\quad}$, сила нормальної реакції опори $\vec{\quad}$, сили натягу нитки $\vec{\quad}_3$, $\vec{\quad}_4$ сила тертя $\vec{\quad}_{тр}$. Запишемо для четвертого тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{\quad} = \vec{\quad}_3 + \vec{\quad}_4 + \vec{\quad}_{тр} \quad (13)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0x: \quad {}_4 = {}_3 + {}_{тр} \quad (14)$$

$$0y: \quad = \quad (15)$$

Сила тертя:

$$_{тр} = \cdot = \cdot$$

LIVEWORKSHEETS

Перепишемо (13):

$$\quad 4 \quad = \quad 3 \quad (16)$$

Розглянемо п'яте тіло. На нього діють сила тяжіння $m\vec{\ }$, сила натягу нитки $\vec{\ }_4$. Запишемо для даного тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{\ } \quad \vec{\ }_4 \quad = \quad \vec{\ } \quad (17)$$

Спроектуємо дане рівняння на вибрані вісі:

$$0y: \quad = \quad (18)$$

З (18):

$$T_4 = \quad g \quad (19)$$

Підставимо (19) в (16) та виразимо T_3:

$$T_3 = \quad g - \quad a - \quad \mu$$

Аналогічно:

$$T_2 = \quad g - \quad a - \quad \mu$$

$$T_1 = \quad g - \quad a - \quad \mu$$

Підставимо вираз для T_1 в (4) та виразимо прискорення:

$$a = \frac{g}{\ }(\quad - \quad \mu) \ (20)$$

Виконаємо числову підстановку в (20) (результат округлюємо до десятих):

$$a = \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\ } \cdot (\quad - \quad \cdot \quad) = \quad \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T_1 = \quad \text{Н}, T_2 = \quad \text{Н}$$

$$T_3 = \quad \text{Н}, T_4 = \quad \text{Н}$$

Знайти:

T_1, T_2, T_3, T_4, a

Відповідь. $T_1 = \quad \text{Н}, T_2 = \quad \text{Н}$

$$T_3 = \quad \text{Н}, T_4 = \quad \text{Н}$$

$$a = \quad \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

LIVEWORKSHEETS