LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

TEOREMA SISA

Nama : ……………………………………

Kelas : ……………………………………

Lengkapilah kotak isian, (☐) pada soal berikut:

Jangan lupa klik Finish !! setelah kalian selesai mengerjakan sampai muncul kotak dialog

Pilih **chek my answers**, untuk melihat nilai kalian.

Nilai akan terlihat di pojok kiri atas halaman pertama lembar jawab kalian.

KEGIATAN

Dari pembahasan sebelumnya, kita telah mengetahui bahwa ada pembagian metode bersusun dan Metode Horner, yakni jika suku banyak *f(x)* dibagi dengan *g(x)* memberikan hasil bagi *H(x)* dan sisa pembagian *s(x),* maka diperoleh hubungan $f(x) = g(x)\, H(x) + S(x)$.

Jika *f(x)* berderajat n dan *g(x)* berderajat m, maka hasil bagi *H(x)* berderajat $n - m$ dan sisa pembagian maksimum berderajat $m - 1$.

Terdapat beberapa teorema mengenai pembagian polinomial.

Teorema sisa sebagai berikut: $f(x) = (x - k) \cdot H(x) + S\,(x)$

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(x - k)$, maka sisa pembagian $S\,(x)$ ditentukan oleh $S\,(x) = f(k)$

Tugas Mandiri

Buktikan teorema tersebut!

Bukti

Perhatikan derajat pembagi $(x - k)$ adalah …

karena derajat pembagi … maka sisa pembagiannya berderajat …

atau merupakan suatu konstanta *S*, sehingga diperoleh:

$f(x) = (x - k) \cdot H(x) + S\,(x)$ Untuk $x = k$

Maka

$f(k) = (\ldots - k).\ H(k) + S(x)$

$f(k) = \ldots \cdot H(k) + S(x)$

$f(k) = \ldots + S(x)$

$f(k) = \ldots$

Terbukti, sisa yaitu …

Contoh:

Tentukan sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = x^4 - 12x^2 - 20x - 30$

dibagi dengan (x + 3)!

Jawab:

x + 3 = 0

x = -3

f(x) = $x^4 - 12x^2 - 20x - 30$

f(-3) = $(-3)^4 - 12(-3)^2 - 20(-3) - 30$

f(-3) = $81 - 12(\ldots.) + \ldots - \ldots$

f(-3) = …. – …. + …. – ….

f(-3) = ….

Sisa pembagian *f(x)* = $x^4 - 12x^2 - 20x - 30$ oleh x + 3 adalah ….

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(ax + b)$, maka sisa pembagian S ditentukan oleh $S(x) = f(-\frac{b}{a})$

Tugas Individu

Buktikan teorema tersebut!

Bukti:

Perhatikan derajat pembagi $(ax + b)$ adalah ….

Karena derajat pembagi …, maka sisa pembagiannya berderajat … dan berupa konstanta $S(x)$, sehingga diperoleh:

$(x) = (ax + b) \cdot H(x) + S(x)$, untuk $x = -\frac{b}{a}$,

maka berlaku

$f\,(-\frac{b}{a}) = (a \cdot (\ldots) + b) \cdot H\,(-\frac{b}{a}) + S(x)$

$f\,(-\frac{b}{a}) = (\ldots + b) \cdot h\,(-\frac{b}{a}) + S(x)$

$f\,(-\frac{b}{a}) = \ldots \cdot h\,(-\frac{b}{a}) + S(x)$

$f\,(-\frac{b}{a}) = \ldots + S(x)$

$f\,(-\frac{b}{a}) = \ldots$

Terbukti, sisa yaitu …

Contoh:

Tentukan sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = 16x^4 - 12x^2 + 20x - 30$ dibagi dengan 2x + 3 !

Jawab:

2x + 3 = 0

x = - $\frac{3}{2}$

f(x) = $16x^4 - 12x^2 + 20x - 30$

f(- $\frac{3}{2}$*)* = $16(-\frac{3}{2})^4 - 12\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 20(-\frac{3}{2}) - 30$

f(- $\frac{3}{2}$*)* = $16((\frac{81}{16}) - 12\left(\frac{9}{4}\right) + 20(-\frac{3}{2}) - 30$

f(- $\frac{3}{2}$*)* = $\ldots. - \ldots(\ldots.) - \ldots(\ldots.) - 30$

f(- $\frac{3}{2}$*)* = …. – …. – …. – ….

f(- $\frac{3}{2}$*)* = ….

Sisa pembagian $f(x) = 16x^4 - 12x^2 + 20x - 30$ oleh 2x + 3 adalah …

Sisa pembagian polinomial $f(x)$ oleh $(x - a)(x - b)$ adalah
$S(x) = px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$

Tugas individu

Buktikan teorema tersebut!

Bukti:

Derajat pembagi polinomial $(x - a)(x - b)$ adalah …

Maka sisa pembagiannya berderajat … yaitu $s(x) = px + q$ sehingga diperoleh:

$f(x) = (x - a)(x - b)\, H(x) + S(x)$

$f(x) = (x - a)(x - b)\, H(x) + px + q$

Untuk $x = a$ diperoleh

$f(a) = (\ldots - a)(\ldots - b)H(\ldots) + (p \ldots + q)$

$f(a) = \ldots(\ldots - b)\, H(\ldots) + (\ldots p + q)$

$f(a) = \ldots + (\ldots p + q)$

$f(a) = \ldots p + q$

Jadi, $f(a) = \ldots p + q$

Untuk $x = b$ diperoleh

$f(b) = (\ldots - a)(\ldots - b)h(\ldots) + (p \ldots + q)$

$f(b) = (\ldots - a) \cdot \ldots \cdot h(\ldots) + (\ldots p + q)$

$f(b) = \ldots + (\ldots p + q)$

$f(b) = \ldots p + q$

Jadi, $f(b) = \ldots p + q$

Terbukti bahwa sisa $S(x) = px + q$ dengan ……. dan ……….

Contoh 1

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi $(x + 1)$ sisanya 10 dan jika dibagi $(x - 2)$ sisanya -4. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $(x + 1)(x - 2)$!

Pembahasan:

Pembagi $(x + 1)(x - 2)$ berderajat 2, maka sisanya $f(x)$ berderajat 1.

Misal $s(x) = px + qf(x)$ dibagi $(x + 1)(x - 2)$, maka dapat ditulis

$f(x) = (x + 1)(x - 2) \cdot H(x) + S(x)$

$f(x) = (x + 1)(x - 2) \cdot H(x) + (px + q)$

$f(x)$ dibagi $(x + 1)$ bersisa 10, maka $f(-1) = 10$, sehingga

$f(-1) = 10$

$(-1 + 1)(-1 - 2) \cdot H(-1) + (p(-1) + q) = 10$

$0 \cdot (-3) \cdot H(-1) + (-1p + q) = 10$

$0 + (-p + q) = 10$

$-p + q = 10$

Diperoleh persamaan $-p + q = 10$ menjadi persamaan (1)

$f(x)$ dibagi $(x - 2)$ bersisa 4, maka $f(2) = 4$, sehingga

$f(2) = 4$

$(2 + 2)\,(2 - 2) \cdot H(2) + (p(2) + q) = 4$

$(3) \cdot 0 \cdot H(2) + (2p + q) = 4$

$0 + (2 + q) = 4$

$2p + q = 4$

Diperoleh persamaan $2p + q = 4$ menjadi persamaan (2)

Kita eliminasi persamaan 1 dan 2

$-p + q = 10$

$\underline{2p + q = 4}\ -$

$-3p = 6$

$p = -2$

Diperoleh nilai $p = -2$, subtitusikan ke persamaan 1

$-(-2) + q = 10$

$2 + q = 10$

$q = 10 - 2$

$q = 8$

Sisa pembagian adalah $S(x) = px + q$

$S(x) = (-2)x + 8$

$S(x) = -2x + 8$

Jadi, sisa pembagian adalah $-2x + 8$