Οι ασκήσεις είναι από το ΚΕΕ (Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας)

Διαφορικός Λογισμός-Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής (Μέρος Δ)

9. * Η παραγωγίσιμη συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα (α, β] και $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (α, β]$. Τότε

Α. η f έχει δύο ακρότατα **Β.** η f δεν έχει ακρότατα

Γ. η f έχει ολικό μέγιστο **Δ.** η f έχει ολικό ελάχιστο

Ε. η f έχει ολικό μέγιστο και ολικό ελάχιστο

10. * Μια συνάρτηση συνεχής και γνησίως μονότονη στο R θα έχει

Α. καμία ρίζα **Β.** μία το πολύ ρίζα

Γ. ακριβώς μία ρίζα **Δ.** δύο τουλάχιστον ρίζες

Ε. κανένα από τα παραπάνω

11. * Μια συνάρτηση συνεχής στο R και η οποία έχει ετερόσημα τοπικά ακρότατα, θα έχει

Α. καμία ρίζα **Β.** μία το πολύ ρίζα **Γ.** μία τουλάχιστον ρίζα

Δ. το πολύ τρεις ρίζες **Ε.** δύο τουλάχιστον ρίζες

12. * Έστω μια συνάρτηση f, συνεχής στο κλειστό διάστημα [α, β]. Τότε οι θέσεις των πιθανών ακροτάτων είναι

Α. μόνο οι ρίζες της f ΄

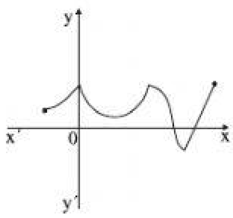
Β. μόνο τα σημεία όπου η f δεν παραγωγίζεται

Γ. μόνο τα άκρα του πεδίου ορισμού της

Δ. μόνο οι ρίζες της f ΄ και τα άκρα

Ε. οι ρίζες της f ΄, τα σημεία όπου η f δεν παραγωγίζεται και τα άκρα του πεδίου ορισμού της.

13. * Η συνάρτηση, της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα, έχει πλήθος τοπικών ακροτάτων



Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 4

Δ. 5 **Ε.** 6

14. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, με $f'(x_0) = 0$, τότε

Α. η f παρουσιάζει ακρότατο στο x_0

Β. η f παρουσιάζει ελάχιστο στο x_0

Γ. η f παρουσιάζει μέγιστο στο x_0

Δ. η f δεν μπορεί να έχει ακρότατο στο x_0

Ε. η f πιθανόν να παρουσιάζει ακρότατο στο x_0

15. * Έστω μια συνάρτηση f, η οποία παρουσιάζει τοπικά και ολικά ακρότατα, τότε

Α. κάθε τοπικό μέγιστο είναι μεγαλύτερο από κάθε τοπικό ελάχιστο

Β. δεν υπάρχει τοπικό ελάχιστο που να είναι μεγαλύτερο από κάποιο τοπικό μέγιστο

Γ. το μέγιστο είναι μεγαλύτερο από το ελάχιστο

Δ. το ελάχιστο είναι μεγαλύτερο από το μέγιστο

Ε. το μέγιστο είναι μικρότερο από κάθε τοπικό ελάχιστο

16. * Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο x_0 με $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) \neq 0$. Τότε η f παρουσιάζει

Α. σημείο καμπής στο x_0 **Β.** ελάχιστο στο x_0

Γ. μέγιστο στο x_0 **Δ.** τοπικό ακρότατο στο x_0

Ε. η f δεν αλλάζει μονοτονία στο x_0

17. * Έστω μια συνάρτηση f, δυο φορές παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ και $x_0 \in \Delta$, ώστε η C_f να έχει σημείο καμπής το $A(x_0, f(x_0))$. Τότε

Α. το x_0 είναι ρίζα της f'

Β. το x_0 είναι ρίζα της f' και όχι ρίζα της f''

Γ. το x_0 είναι ρίζα της f''

Δ. στο Α η C_f δεν δέχεται εφαπτομένη

Ε. στο Α η C_f δέχεται κατακόρυφη εφαπτομένη

18. * Δεν υπάρχουν σημεία καμπής για τη συνάρτηση

Α. $f(x) = \text{συν}x$ **Β.** $g(x) = \text{ημ}x$ **Γ.** $h(x) = x^3 + 2x^2$

Δ. $\varphi(x) = x^2 + 1$ **Ε.** $\tau(x) = x^7$

19. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$ έχει

Α. δύο σημεία καμπής　　**Β.** ένα σημείο καμπής

Γ. κανένα σημείο καμπής　　**Δ.** τρία σημεία καμπής

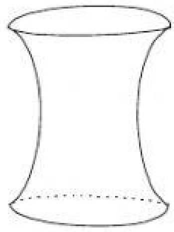
Ε. περισσότερα από τρία σημεία καμπής

20. * Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x + 1$. Τότε η παράγουσα F αυτής με $F(0) = 0$ είναι η συνάρτηση

Α. $F(x) = \ln(1 - x)$　　**Β.** $F(x) = e^x + 2x$　　**Γ.** $F(x) = -e^x + x + 1$

Δ. $F(x) = e^x + x - 1$　　**Ε.** $F(x) = -e^{-x}$

21. * Δίνεται η συνάρτηση h (t) του ύψους του νερού στο δοχείο του διπλανού σχήματος τη χρονική στιγμή t. Αν γεμίζουμε το δοχείο με σταθερή ποσότητα νερού ανά χρονική μονάδα, τότε ισχύει



Α. η h είναι φθίνουσα

Β. η h είναι σταθερή

Γ. η h έχει ένα σημείο καμπής　　**Δ.** η h έχει δύο σημεία καμπής

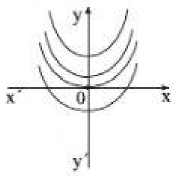
Ε. η h δεν έχει σημείο καμπής

22. * Μια παράγουσα της συνάρτησης $f(x) = \ln x$, $x > 0$ είναι η συνάρτηση

Α. $F_1(x) = \ln x$　　**Β.** $F_2(x) = \frac{1}{x}$　　**Γ.** $F_3(x) = \frac{1}{\ln x}$

Δ. $F_4(x) = \frac{\ln x}{x}$　　**Ε.** $F_5(x) = x \cdot \ln x - x$

23. * Στο διπλανό σχήμα φαίνονται μερικές λύσεις μιας διαφορικής εξίσωσης (ε). Η διαφορική εξίσωση είναι η



Α. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\kappa}, \kappa \neq 0$ **Β.** $\frac{dy}{dx} = \kappa x^2$

Γ. $\frac{dy}{dx} = x^2 + c$ **Δ.** $\frac{dy}{dx} = 2x$ **Ε.** $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x}$

24. * Η συνάρτηση y = εφx, $x \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)]$ έχει

Α. μια θέση τοπικού ελάχιστου

Β. μια θέση τοπικού μέγιστου

Γ. ένα σημείο καμπής

Δ. μία κατακόρυφη ασύμπτωτη

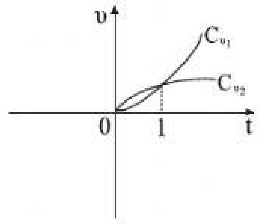
Ε. όλα τα παραπάνω

25. * Οι συναρτήσεις $f(x) = e^x + c$ είναι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης

Α. $y'' + y' = 0$ **Β.** $y' + y = 0$ **Γ.** $y'' - y' = 0$

Δ. $y'' - y' = 2$ **Ε.** $y'' + y' + y = 0$

26. * Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων υ_1 και υ_2 που δείχνουν τις ταχύτητες δυο αυτοκινήτων σε σχέση με το χρόνο t. Τότε ισχύει



Α. $\upsilon_1'(t) = \upsilon_2'(t)$ κατά τη διάρκεια του πρώτου λεπτού

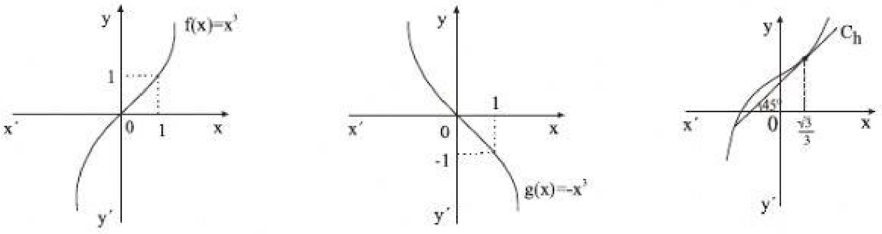
Β. $\upsilon_1'(t) > \upsilon_2'(t)$ μετά το πρώτο λεπτό

Γ. $\upsilon_1'(t) < \upsilon_2'(t)$ μετά το πρώτο λεπτό

Δ. κατά τη χρονική στιγμή t = 1 η επιτάχυνση των δυο κινητών είναι ίδια

Ε. κάθε χρονική στιγμή έχουν την ίδια επιτάχυνση

27. * Δίνονται οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, h



Από αυτές λύσεις της διαφορικής εξίσωσης $y' = 3x^2$ μπορεί να είναι οι συναρτήσεις

Α. μόνο η f **Β.** μόνο η g **Γ.** μόνο η h

Δ. η f και η h **Ε.** η g και η h

28. * Έστω f μια παραγωγίσιμη συνάρτηση. Για τις τιμές του h πολύ κοντά στο 0, η διαφορά f (x + h) - f (x) προσεγγίζεται καλύτερα από

Α. την παράγωγο $f'(x)$ **Β.** το διαφορικό $h f'(x)$

Γ. το h **Δ.** το $h f(x)$ **Ε.** το $h' f(x)$