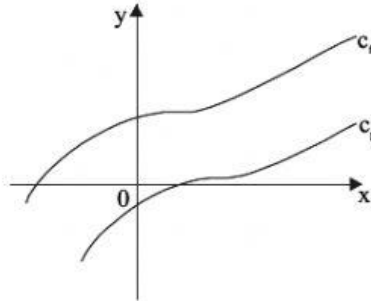


Διαφορικός Λογισμός-Ερωτήσεις Σ-Λ (Μέρος Α)

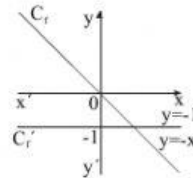
1. * Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας σταθερής συνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου ορισμού της συμπίπτει με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης. Σ Λ
2. * α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε θα είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
 β) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 , τότε θα είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . Σ Λ
 γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . Σ Λ
 δ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε δεν είναι συνεχής στο x_0 . Σ Λ
3. * Στον τύπο $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ το Δx είναι πάντοτε θετικό. Σ Λ
4. * Οι πολυωνμικές συναρτήσεις είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$. Σ Λ
5. * Οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = ax + \beta$ σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου ορισμού της συμπίπτουν με τη γραφική παράσταση της f . Σ Λ
6. * Αν υπάρχει η $(f + g)'(x_0)$ τότε υπάρχουν και οι $f'(x_0)$ και $g'(x_0)$. Σ Λ

7. ** Στο σχήμα η γραφική παράσταση της g προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της C_f . Ισχύει $f'(x) = g'(x)$, για κάθε x στο κοινό πεδίο ορισμού τους.



Σ Λ

8. * Αν ισχύει $f(x) = -x$, οι γραφικές παραστάσεις f και f' είναι αντίστοιχα C_f και $C_{f'}$.



Σ Λ

9. * Αν $f'(x) = 3x^2$ τότε πάντα ισχύει $f(x) = x^3$.

Σ Λ

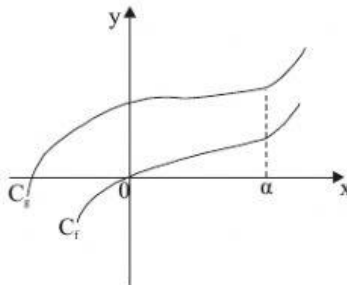
10. * Είναι $(\eta\mu(3x+2))' = (3x+2)' \cdot \sigma\upsilon\nu(3x+2)$.

Σ Λ

11. * Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της και $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = +\infty$ ή $-\infty$ τότε ορίζεται ως εφαπτομένη της C_f στο $(x_0, f(x_0))$ η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$.

Σ Λ

12. * Αν η γραφική παράσταση της g προκύπτει από την C_f με κατακόρυφη μετατόπιση, τότε οι εφαπτομένες στα σημεία με τετμημένη $x_0 = a$ είναι παράλληλες και ισχύει $f'(a) = 2$, τότε θα είναι και $g'(a) = 2$.

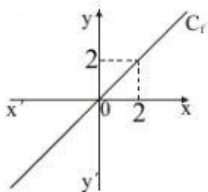
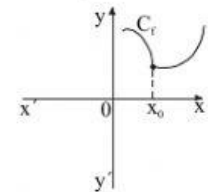


Σ Λ

13. * Το $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{e^{x_0 + \Delta x} - e^{x_0}}{\Delta x} = f'(x_0)$, όπου $f(x) = e^x$.

Σ Λ

14. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ ή $-\infty$, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . Σ Λ
15. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . Σ Λ
16. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ ή $-\infty$ και η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε η C_f δέχεται εφαπτομένη την $x = x_0$. Σ Λ
17. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ και η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε η C_f δεν δέχεται εφαπτομένη στο σημείο x_0 . Σ Λ
18. * Η κλίση της $f(x) = x^4$ είναι διαφορετική σε κάθε σημείο της. Σ Λ
19. * Σε κάθε σημείο της $f(x) = x^3$ αντιστοιχεί ένα δεύτερο σημείο με την ίδια κλίση. Σ Λ
20. * Αν συνάρτηση f είναι περιττή και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τότε η f' είναι άρτια. Σ Λ
21. * Αν η συνάρτηση f είναι πολυωνυμική n βαθμού, τότε η συνάρτηση f' είναι πολυωνυμική $n - 1$ βαθμού. Σ Λ
22. * Οι εφαπτομένες των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = x^2$, $g(x) = x^2 + 3$, $h(x) = x^2 - 20$ για $x = x_1$ είναι παράλληλες. Σ Λ
23. * Αν $y = ax + \beta$, τότε ο ρυθμός μεταβολής των τιμών του y εξαρτάται από τις τιμές της μεταβλητής x . Σ Λ

24. * Η παράγωγος της f στο $x = 2$ είναι ίση με 1.  Σ Λ
25. * Η συνάρτηση f του σχήματος έχει εφαπτομένη στο x_0 .  Σ Λ
26. * Η κλίση της εφαπτομένης της $f(x) = 3x - 2$ στο $x_0 = -1$ είναι ίση με 3. Σ Λ
27. * Ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης θέσης ενός κινητού $s(t)$ είναι η στιγμιαία ταχύτητα του κινητού. Σ Λ
28. * Ο ρυθμός μεταβολής της πρώτης παραγώγου μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f είναι η δεύτερη παράγωγος της f . Σ Λ
29. * Αν η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε και οι δύο συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 . Σ Λ
30. * Ισχύει $(\log x)' = \frac{1}{x}$, για κάθε $x > 0$. Σ Λ
31. * Η κλίση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f στο x_0 είναι η παράγωγος της f στο x_0 . Σ Λ
32. * Μια συνάρτηση f και η παράγωγός της f' , έχουν πάντοτε το ίδιο πεδίο ορισμού. Σ Λ
33. * Αν η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε δεν ορίζεται εφαπτομένη της C_f στο σημείο της $M(x_0, f(x_0))$. Σ Λ
34. * Αν μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε μπορεί να είναι συνεχής στο σημείο αυτό. Σ Λ
35. * Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε η γραφική παράσταση της f δέχεται εφαπτομένη στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ με συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Σ Λ

36. * Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σ' ένα σημείο της, δεν μπορεί να έχει μ' αυτήν δεύτερο κοινό σημείο.

Σ Λ

37. * Αν για την παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο $\mathbb{R}$ ισχύει $f(x) > 0$

$$\text{για κάθε } x \in \mathbb{R}, \text{ τότε } \left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}.$$

Σ Λ

38. * Αν οι συναρτήσεις $f + g$ και f είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε και η συνάρτηση g είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

Σ Λ

39. * Αν $f(x) = \frac{1}{g(x)}$, τότε $f'(x) = \frac{1}{g'(x)}$.

Σ Λ

40. * Ο ρυθμός μεταβολής της περιμέτρου ενός τετραγώνου ως προς την πλευρά του είναι 4.

Σ Λ

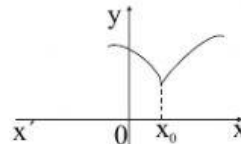
41. * Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ισχύει: $[f(-x)]' = f'(-x)$.

Σ Λ

42. * Για κάθε $x_0 \in D_f$ ισχύει $[f(x_0)]' = 0$.

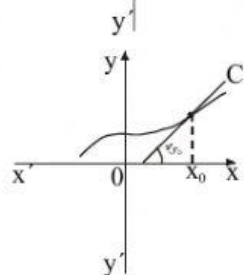
Σ Λ

43. * Η συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, είναι συνεχής στο x_0 αλλά όχι παραγωγίσιμη.



Σ Λ

44. * Αν η ευθεία είναι εφαπτόμενη της C_f , τότε ισχύει $f'(x_0) = 1$.



Σ Λ

45. * Αν $x_0 \in D_f$ και $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h} = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$, τότε

$f'(x_0) = -\alpha.$

Σ Λ