

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Sekolah : SMA Negeri 1 Cikarang Barat
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XI/Ganjil
Tahun Pelajaran : 2022/2023
Pertemuan ke : 4
Kelompok :
Anggota kelompok : 1.
2.
3.
4.

KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI
3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3	3.4.2 Menganalisis invers matriks
4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3	4.4.2 Membuat model matematika dari suatu masalah kontekstual yang berkaitan dengan invers matriks

Tujuan Pembelajaran:

1. Melalui diskusi peserta didik mampu menganalisis invers matriks dengan perilaku jujur dan percaya diri
2. Melalui diskusi peserta didik mampu membuat model matematika dari suatu masalah kontekstual yang berkaitan dengan invers matriks dengan jujur dan percaya diri

Petunjuk Teknis:

1. Isilah identitas peserta didik
2. Bacalah LKPD berikut dengan cermat dan diskusikan dengan teman kelompokmu untuk menyelesaikan masalah penyajian data
3. Jika mengalami kesulitan dalam mengerjakan LKPD, tanyakan pada gurumu dengan tetap berusaha maksimal

Jika terdapat matriks A berordo 2×2 dan matriks A adalah matriks non singular

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Maka invers matriks A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{Adj } A = \frac{1}{\dots \dots - \dots \dots} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Cermatilah Permasalahan-permasalahan berikut ini!

1

Tentukan invers matriks B apabila $B = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} B^{-1} &= \frac{1}{|B|} \text{Adj } B \\ &= \frac{1}{-15 - (-16)} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$.

Tentukanlah:

a. A^{-1}

b. $(A^{-1})^{-1}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } A^{-1} &= \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (A^{-1})^{-1} &= \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3

Perlihatkan bila $A \cdot A^{-1} = A^{-1}A = I$ apabila $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} A \cdot A^{-1} &= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^{-1} \cdot A &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4

Dengan memanfaatkan informasi jawaban nomor soal 1 dan 2, tentukan:

a. $(AB)^{-1}$

b. $B^{-1} \cdot A^{-1}$

Penyelesaian:

$$(AB)^{-1} =$$

$$\begin{aligned} &\left(\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B^{-1} \cdot A^{-1} =$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

5

Bu Ira membeli 12 jeruk dan 7 apel, sedangkan Bu Nova membeli 8 jeruk dan 4 apel di toko yang sama. Di kasir, Bu Ira membayar Rp. 67.500,00 sedangkan Bu Nova membayar Rp. 42.000,00. Jika Bu Dina membeli 9 jeruk dan 5 apel, berapakah yang Bu Dina bayar?

(Selesaikan permasalahan tersebut menggunakan invers matriks!)

Penyelesaian:

Diketahui: x = harga jeruk

y = harga apel

Diperoleh persamaan:

$$12x + 7y = 67.500$$

$$8x + 4y = 42.000$$

Maka model matriksnya adalah:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Sehingga, didapatkan kesimpulan bahwa harga 9 jeruk adalah.....,

harga 5 apel adalah.....

Oleh sebab itu Bu Dina harus membayar

Kesimpulan:

1. Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan $n \in N$, dan determinan A tidak sama dengan nol. Jika A^{-1} adalah invers dari A, maka $(A^{-1})^{-1} = \dots \dots \dots$
2. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$ dengan $n \in N$, dan determinan A dan B tidak sama dengan nol. Jika A^{-1} dan B^{-1} adalah invers dari matriks A dan B, maka $(AB)^{-1} \dots B^{-1}A^{-1}$
3. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$,
Pada persamaan: $AX = B$ maka berlaku $X = A^{-1}B$
 $XA = B$ maka berlaku $X = BA^{-1}$

6

Nia membeli 3 buku, 2 pensil dan 2 penghapus dengan harga Rp. 21.000,00. Ali membeli 2 buku, 2 pensil dan 1 penghapus dengan harga Rp. 15.500,00. Susi membeli 1 buku, 2 pensil dan satu penghapus dengan harga Rp. 11.500,00. Jika mereka bertiga membeli peralatan sekolah di toko yang sama, berapa harga buku, pensil dan penghapus tersebut?

Penyelesaian:

x = harga buku

y = harga pensil

z = harga penghapus

Bentuk SPLTV

$$3x + 2y + 2z = 21.000$$

$$2x + 2y + z = 15.500$$

$$x + 2y + z = 11.500$$

Bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21.000 \\ 15.500 \\ 11.500 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \text{ menjadi } X = A^{-1}B$$

➤ Pertama, kita tentukan matriks minor dan kofaktor

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{31} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_{33} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \dots$$

$$M_A = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} \\ M_{11} & M_{11} & M_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$Adj A = K^T = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

➤ Untuk menentukan determinan A, kita menggunakan metode Sarrus

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$= \dots - \dots$$

$$= \dots$$

➤ Maka, $X = A^{-1}B$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21.000 \\ 15.500 \\ 11.500 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

➤ Sehingga, diketahui untuk harga 1 buku adalah,
harga 1 pensil adalah....., harga 1 penghapus adalah
.....