



E-LKPD-4

Invers Matriks

Berordo 3×3

Ananda sekalian, pada pertemuan sebelumnya kalian telah membahas mengenai invers matriks berordo 2×2 . Ingat kembali, suatu matriks memiliki invers jika nilai determinannya tidak sama dengan 0. Apakah syarat ini berlaku juga untuk matriks berordo 3×3 ? Bagaimana menentukan invers matriks berordo 3×3 ? Apakah sama dengan cara menentukan invers matriks berordo 2×2 ? Pada E-LKPD-4 ini, ananda akan mempelajarinya.

Nama :
Kelas :
Sekolah :

Petunjuk Pengerjaan

Sebelum mengerjakan E-LKPD ini, baca dan pamilah petunjuk pengerjaan berikut.

1. Lengkapilah data dirimu pada kotak yang telah disediakan (nama, kelas, sekolah).
2. Tulislah jawaban pada tempat atau kolom yang telah disediakan.
3. Waktu pengerjaan 1 Jam Pelajaran.
4. Bertanyalah kepada guru bila ada hal-hal yang kurang jelas atau mengalami kesulitan dalam mengerjakan E-LKPD.

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dengan pendekatan saintifik berbantuan video dan E-LKPD peserta didik secara disiplin dan bertanggung jawab dapat:

1. Menentukan invers matriks berordo 3×3 .
2. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan invers matriks berordo 3×3 dengan tepat.

Baik guru maupun peserta didik, apabila terdapat hal yang kurang jelas mengenai teknik penggunaan dan pengisian E-LKPD silakan klik link buku panduan E-LKPD berikut:

<https://drive.google.com/file/d/1Lcox6VdpzQXUP4FxfVlwzZB9viuNTbK/view?usp=drivesdk>

Ayo Mengamati!

Ananda sekalian, apakah kalian tau *trend* menggunakan baju seragam bersama keluarga ketika ada acara besar? Mungkin salah satu diantara ananda pernah menggunakan baju seragam keluarga ketika ada acara. Sebelum baju seragam dibuat, bahan kain dibeli dahulu dan memerlukan biaya pembelian. Tak jarang, uang pembelian kain ditalangi dulu oleh seseorang yang nantinya akan diganti. Jika kain yang dibeli banyak, bagaimana cara menghitung uang yang akan diganti? Permasalahan ini sama seperti masalah 4 dibawah ini. Untuk menyelesaikannya ananda bisa menggunakan invers matriks.

Cermati masalah berikut ini!

MASALAH 4

Pak Zul memiliki 5 orang anak yaitu Avi, Bima, Caca, Dina, dan Enji. Dua bulan lagi, Enji akan menikah. Di acara pernikahannya, keluarga besar akan mengenakan baju seragam. Avi, Bima, Caca, dan Dina telah menikah dan memiliki anak. Berikut adalah jenis bahan kain yang akan dibeli



KAIN BATIK



KAIN MAXMARA



KAIN BROKAT

Berikut adalah tabel jumlah bahan kain yang diambil beserta biaya yang dikeluarkan Avi, Bima, dan Dina

Jenis bahan Nama	Kain batik (m)	Kain maxmara (m)	Kain brokat (m)	Biaya pembelian kain
Avi	9	3	2	Rp465.000
Bima	3	4	5	R605.000,-
Caca	1	1	1	
Dina	7	8	5	Rp710.000,-

Jika bahan kain punya Caca dibayarkan dahulu oleh Bima, maka berapakah uang yang harus diganti Caca untuk membayar pembelian bahan kain?

●●● Ayo Menanya dan Mengumpulkan Informasi! ●●●

Setelah mengamati masalah 4, silakan ananda kumpulkan informasi pada kegiatan 1 berikut untuk menyelesaikan masalah 4.

KEGIATAN 1

1. Apa saja jenis kain yang dibeli?

Jawab: _____

2. Tuliskan kain apa yang dibeli oleh Avi dan berapa biaya yang dikeluarkannya!

Jawab: _____

3. Tuliskan kain apa yang dibeli oleh Bima dan berapa biaya yang dikeluarkannya!

Jawab: _____

4. Tuliskan kain apa yang dibeli oleh Dina dan berapa biaya yang dikeluarkannya!

Jawab: _____

5. Tuliskan kain apa yang dibeli oleh Caca!

Jawab: _____

6. Apa yang ditanyakan pada masalah 4?

Jawab: _____

Dengan informasi yang sudah ananda temukan pada kegiatan 1, sekarang silakan ananda selesaikan masalah 4 melalui kegiatan 2 pada halaman selanjutnya.

KEGIATAN 2



Petunjuk 1

Ingat kembali materi Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV). Buatlah SPLTV dari masalah 4

Membuat Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel

Misalkan:

Harga satu meter kain batik adalah x

Harga satu meter kain maxmara adalah y

Harga satu meter kain brokat adalah z

Jika **persamaan 1** merupakan model matematika dari jumlah kain yang dibeli Avi beserta biayanya, **persamaan 2** merupakan model matematika dari jumlah kain yang dibeli Bima beserta biayanya dan **persamaan 3** merupakan model matematika dari jumlah kain yang dibeli Dina beserta biayanya, maka persamaan matematikanya yaitu: (ketik model matematika pada kotak dibawah ini!)

Persamaan 1:

Persamaan 2:

Persamaan 3:

Apabila **persamaan 1**, **persamaan 2**, dan **persamaan 3** disatukan akan membentuk sebuah SPLTV yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut: (ketik ulang persamaan 1, persamaan 2 dan persamaan 3!)

{
...persamaan 1
...persamaan 2
...persamaan 3

Petunjuk 2

Ubah SPLTV menjadi bentuk matriks



Mengubah SPLTV ke bentuk matriks

Apabila diketahui Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

maka, SPLTV tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

sehingga, **SPLTV yang telah ditemukan pada petunjuk 1** apabila diubah kedalam bentuk matriks menjadi:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}}$$



Petunjuk 3

SPLTV biasanya dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi, atau dengan penerapan determinan matriks berordo 3×3 . Masalah 4 juga dapat diselesaikan dengan menggunakan **konsep invers matriks dengan metode minor-kofaktor**. Untuk itu, silakan pahami dan lengkapi informasi berikut!

DEFINISI DAN NOTASI INVERS MATRIKS

Pada pertemuan sebelumnya, ananda sudah mempelajari definisi dari invers matriks dan notasinya. Jika terdapat matriks A berordo 3×3 , maka invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A yang dinotasikan dengan A^{-1} .

Misalkan $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ maka invers matriks A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{Adj } A$$

Adjoin dari matriks berordo 3×3 diperoleh dengan cara metode minor-kofaktor.

METODE MINOR-KOFAKTOR UNTUK MATRIKS BERORDO 3×3

Langkah 1: Menentukan minor suatu matriks

Minor suatu matriks A adalah **determinan matriks bagian** dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemen pada baris ke- i dan kolom ke- j .

Lambang minor : M_{ij}

Jika A adalah sebuah matriks persegi berordo $n \times n$, maka minor elemen a_{ij} didefinisikan sebagai determinan dari bagian matriks A berordo $(n - 1) \times (n - 1)$ setelah baris ke- i dan kolom ke- j dihilangkan.

Misalkan $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, maka

$$M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

M_{11} merupakan determinan matriks bagian yang diperoleh dari hasil penghilangan baris ke 1 dan kolom ke 1

$$M_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

sehingga, minor yang akan diperoleh adalah $M_{11}, M_{12}, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots$

Langkah 2: Menentukan kofaktor suatu matriks

Kofaktor suatu elemen baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks A dilambangkan dengan K_{ij} dan k_{ij} yang dirumuskan sebagai berikut:

$$k_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

$$\begin{array}{lll} k_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11} = +M_{11} & k_{21} = & k_{31} = \\ k_{12} = (-1)^{1+2} \cdot M_{12} = -M_{12} & k_{22} = & k_{32} = \\ k_{13} = +M_{13} & k_{23} = & k_{33} = \end{array}$$

Ingat!

- Bilangan negatif berpangkat **ganjil** akan menghasilkan bilangan negatif.
- Bilangan negatif berpangkat **genap** akan menghasilkan bilangan positif

Berdasarkan uraian diatas diperoleh matriks kofaktor A dengan menggunakan rumus: **(silakan ananda ketikkan hasil k_{ij} yang ananda peroleh sebelumnya)**

$$K(A) = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +M_{11} & -M_{12} & +M_{13} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

NOTE!

$$M_{11} = M_{11}$$

Langkah 3: Menentukan adjoin suatu matriks

Matriks adjoin dari matriks A adalah transpose $K(A)$ yang diperoleh pada langkah 2, dilambangkan dengan $Adj A$. (Ingat materi transpose matriks)

$$\begin{aligned} Adj A &= (K(A))^T \\ &= \begin{pmatrix} +M_{11} & -M_{12} & +M_{13} \\ & & \end{pmatrix}^T \\ Adj A &= \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Agar ananda lebih memahami cara menentukan invers matriks ordo 3×3 dengan metode kofaktor dan penyelesaian SPLTV menggunakan konsep invers matriks metode minor-kofaktor, silakan tonton video berikut dengan cara mengklik link berikut ini.

Link : <https://youtu.be/kl-yq4nj15M>

○○●● **Ayo Menalar!** ●●○○

Setelah membaca informasi serta menonton video mengenai cara menentukan invers matriks 3×3 dengan metode kofaktor, apakah ananda paham? Jika belum, tanyakan kepada guru yang bersangkutan apa yang kurang dipahami dan jika sudah silakan ananda lanjutkan menyelesaikan masalah 4 dengan menerapkan konsep invers matriks 3×3 dengan metode kofaktor!



Perhatikan!

Tulislah jawaban untuk masalah 4 di kertas dengan mengikuti langkah 1,2,3,4,5 dan 6 dibawah ini, kemudian *scan* dan unggah dengan mengklik link yang sudah disediakan!

Langkah 1: *Copy* dan *paste* SPLTV dalam bentuk matriks yang ananda buat pada petunjuk 2

Langkah 2: Gunakan metode kofaktor untuk mendapatkan $Adj A$

Langkah 3: Tentukan $\det A$

Langkah 4: Tentukan A^{-1} (*substitusi nilai $Adj A$ dan $\det A$ yang sudah diperoleh pada langkah 2 dan langkah 3*)

Langkah 5: Tentukan nilai x, y dan z dengan menggunakan persamaan matriks $X = A^{-1}B$ (ingat kembali pembelajaran pada E-LKPD-2 yaitu mengenai cara menentukan matriks X)

Langkah 6: Tentukan harga satu meter kain batik, harga satu meter kain maxmara, harga satu meter kain brokat serta total uang yang harus diganti Caca

Silakan klik *link* berikut untuk mengunggah jawaban untuk masalah 4

Link : <https://forms.gle/RudyP7z1qfAkdch3A>

●●● Ayo Mengkomunikasikan! ●●●



Perhatikan!

Salah satu peserta didik akan dipilih untuk menyajikan hasil pengerjaan E-LKPD dan peserta didik lainnya menanggapi. Perbaiki dan lengkapi jawabanmu jika terdapat kesalahan, lalu tulis hasil kesimpulan pada kertas kemudian *scan* dan unggah dengan cara mengklik kotak yang sudah disediakan.

KESIMPULAN

Setelah melakukan beberapa kegiatan pembelajaran, mari sama-sama kita menyimpulkan mengenai pembelajaran hari ini!

1. Apakah rumus untuk menentukan invers matriks A ?
2. Bagaimana cara menentukan kofaktor matriks A ?
3. Bagaimana cara menentukan adjoin matriks A ?
4. Tuliskan langkah-langkah menyelesaikan permasalahan SPLTV menggunakan konsep invers matriks dan metode cramer!

Tuliskan hasil kesimpulan dikertas lalu foto dan klik *link* berikut untuk mengunggahnya

Link : <https://forms.gle/nQ4nh9Qrh77eQLMy9>

Latihan

1. Tentukan minor dari matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$
2. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linier berikut dengan menggunakan invers matriks!
$$\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 3 \\ 8x - 5y + 6z = 7 \\ 3x + 4y - 3z = 15 \end{cases}$$
3. Afi, Ben, Cae, dan Dedi membeli alat tulis dengan jenis yang sama di sebuah toko. 3 buku tulis, 2 spidol, dan 4 pulpen dengan harga Rp30.000,00. Ben membeli 2 buku tulis, 1 spidol, dan 3 pulpen dengan harga Rp19.000,00. Cae membeli 5 buku tulis, 3 spidol, dan 1 pulpen dengan harga Rp37.000,00. Jika Dedi membeli 1 buku tulis, 1 spidol, dan 1 pulpen maka berapakah total uang yang harus dibayar Dedi?

Tulis jawaban pada kertas lalu scan dan klik kotak ini untuk mengunggah jawaban nomor 1,2 dan 3

Link : <https://forms.gle/FwhLBw6PmZCpLWG2A>