

6.5 피타고라스의 정리

활동지

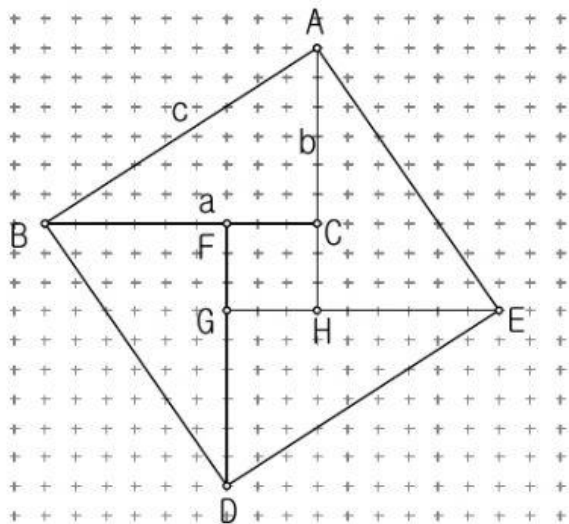
다양한 설명 방법

학번(

) 이름 (

)

I. 바스카라(Bhaskara, 인도의 수학자)



(1) 그림 그리기

- ① $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 $\square ABDE$ 를 그려라.
(삼각형이 안에 들어가도록 그린다.)
- ② 꼭지점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내리고 그 발을 F 라 하자.
- ③ 꼭지점 E 에서 $\overline{DF}$ 에 수선을 내리고 그 발을 G 라 하자.
- ④ 꼭지점 A 에서 $\overline{EG}$ 에 수선을 내리고 그 발을 H 라 하자.

(2) 생각해 보기

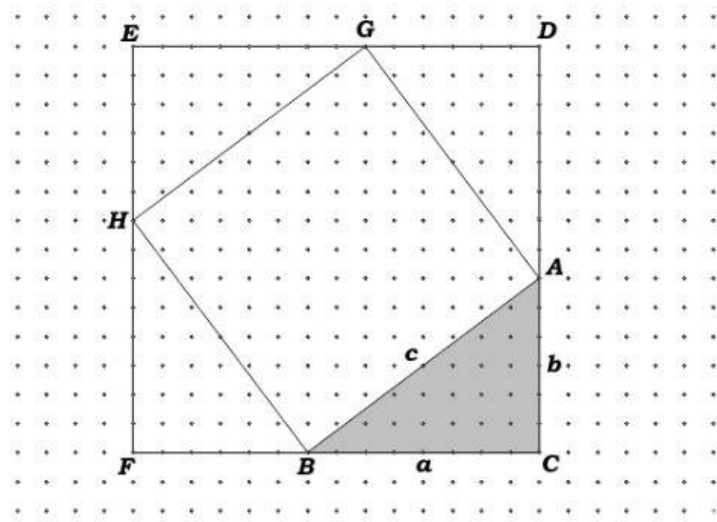
- ① $\square ABDE$ 는 어떤 사각형인가? 정사각형
그 넓이를 구하여라. c^2
- ② 나타나는 삼각형들 사이의 관계는? 합동
각각의 넓이를 구하여라. $\frac{1}{2}ab$
- ③ $\square FGHC$ 는 어떤 사각형인가? 정사각형
그 넓이를 구하여라. $(a-b)^2$
- ④ $\square ABDE$ 의 넓이를 다른 도형들의 넓이의 합으로 나타내어 보자.
($\square ABDE$ 의 넓이) = ($\square FGHC$ 의 넓이) + $4 \times$ ($\triangle ABC$ 의 넓이)
- ⑤ 등식의 양변을 a, b, c 에 관한 식으로 나타내고, 우변을 간단히 하여라.

$$c^2 = (a-b)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

- (3) 위의 ⑤로부터 얻을 수 있는 등식은 $c^2 = a^2 + b^2$

6.5 피타고라스의 정리

II. 중국의 주비산경 중 “구고현의 정리”



(1) 생각해 보기

① □EFCD 는 어떤 사각형인가? 이유는? 그 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

정사각형, 네 변의 길이가 모두 같고 네 각의 크기가 모두 같다. $(a+b)^2$

② 4개의 삼각형들 사이의 관계는? 각각의 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

모두 합동, 각각 $\frac{1}{2}ab$

③ □HBAG 는 어떤 사각형인가? 이유는? 그 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

정사각형, 네 변의 길이가 모두 같고 네 각의 크기가 모두 같다. c^2

④ (□EFCD 의 넓이)

$$= (\square HBAG \text{의 넓이}) + 4 \times (\triangle ABC \text{의 넓이})$$

⑤ 위 등식 ④의 양변을 a, b, c 로 나타내고 간단히 하여라.

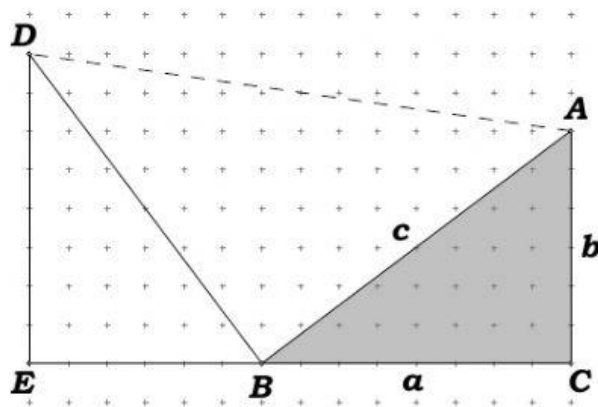
$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab \\ &= c^2 + 2ab \end{aligned}$$

(2) 위의 ⑤로부터 얻을 수 있는 등식을 구하여라.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

6.5 피타고라스의 정리

Ⅲ. 가필드(Garfield, 미국)



(1) 생각해 보기

① □DECA는 어떤 사각형인가? 이유는? 그 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

사다리꼴, $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$, $\frac{(a+b)^2}{2}$

② 2개의 삼각형들 사이의 관계는? 각각의 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

모두 합동, 각각 $\frac{1}{2}ab$

③ △DBA는 어떤 삼각형인가? 이유는? 그 넓이를 a, b, c 로 나타내어라.

직각이등변삼각형, $\angle DBA = 90^\circ$ 이고 $\overline{DB} = \overline{BA}$ 이다. $\frac{1}{2}c^2$

④ (□DECA의 넓이)

$$= (\triangle DBA \text{의 넓이}) + 2 \times (\triangle ABC \text{의 넓이})$$

⑤ 등식 ④의 양변을 a, b, c 로 나타내고 간단히 하여라.

$$\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{1}{2}c^2 + 2 \times \frac{1}{2}ab, \quad (a+b)^2 = c^2 + ab$$

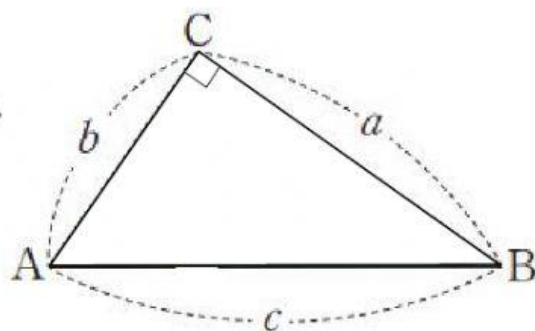
(2) 위의 ⑤로부터 얻을 수 있는 등식을 구하여라.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

6.5 피타고라스의 정리

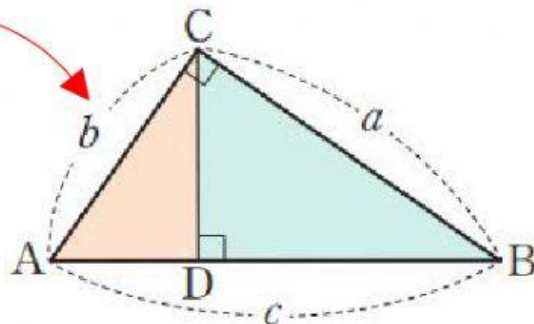
IV. 답을 이용

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$,
 $\overline{AB}=c$ 라고 할 때 도형의 답을 이용하여
 $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립하는지 설명하여 보자.



(1) 그림 그리기

① 꼭지점 C 에서 대변 $\overline{AB}$ 에 수선을 내리고,
 그 발을 D 라 하자.



② 크기가 같은 각들을 찾아 표시하여라.

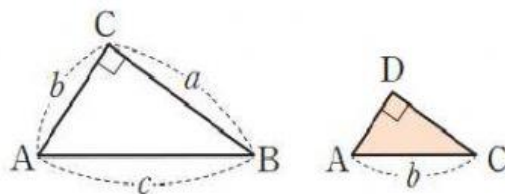
(2) 생각해 보기

① 나타나는 삼각형은 모두 몇 개인가?

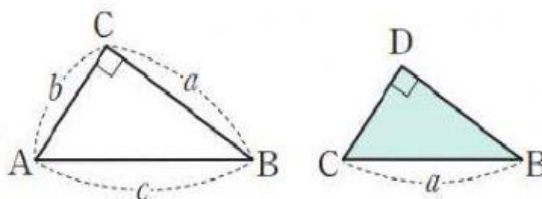
3개

② 서로 닮음인 삼각형을 찾아 비례식으로 나타내어라.

$$\begin{aligned} -\triangle ABC &\sim \triangle ACD \Rightarrow \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{DA} \\ &\Rightarrow c : b = b : \overline{DA} \\ &\Rightarrow b^2 = c \times \overline{DA} \quad \dots(\gamma) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -\triangle ABC &\sim \triangle CBD \Rightarrow \overline{AB} : \overline{CB} = \overline{CB} : \overline{BD} \\ &\Rightarrow c : a = a : \overline{BD} \\ &\Rightarrow a^2 = c \times \overline{BD} \quad \dots(\iota) \end{aligned}$$



③ 식 (γ) , (ι) 을 변변 더하여 등식의 우변을 간단히 하여라.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c \times \overline{BD} + c \times \overline{DA} \\ a^2 + b^2 &= c \times (\overline{BD} + \overline{DA}) \\ a^2 + b^2 &= c \times c \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$

(3) 위의 (2)로부터 얻을 수 있는 등식을 구하여라. $a^2 + b^2 = c^2$

6.5 피타고라스의 정리

V. 유클리드(Euclid, 그리스의 수학자)

(1) 오른쪽 그림에 $\overline{EB}$, $\overline{EC}$, $\overline{CF}$, $\overline{JF}$ 를 그려라.

① $\triangle EAC$ 와 $\triangle EAB$ 의 넓이 관계는?

그 이유를 말하여라.

넓이가 같다. 밑변이 서로 같고 $\overline{EA} \parallel \overline{CB}$ 로 높이도 서로 같다.

② $\triangle EAB$ 와 $\triangle CAF$ 의 관계는? 그 이유를 말하여라.

합동

$\overline{EA} = \overline{CA}$, $\overline{AB} = \overline{AF}$, $\angle EAB = 90^\circ + \angle CAB = \angle CAF$

③ $\triangle EAB$ 와 $\triangle CAF$ 의 넓이 관계는? 그 이유를 말하여라.

합동이므로 넓이가 같다.

④ $\triangle CAF$ 와 $\triangle AFJ$ 의 넓이 관계는? 그 이유를 말하여라.

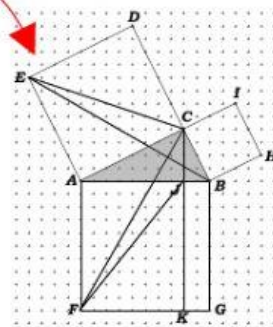
넓이가 같다. 밑변이 서로 같고 $\overline{AF} \parallel \overline{CJ}$ 로 높이도 서로 같다.

※ ① ~ ④를 도표로 정리해 보자.

$$\left(\frac{1}{2}\right) \times \square EACD = \triangle EAC = \triangle EAB = \triangle CAF = \triangle AFJ = \left(\frac{1}{2}\right) \times \square AFKJ$$

⑤ $\triangle EAC$ 와 $\triangle AFJ$ 의 넓이 관계는? 넓이가 같다.

⑥ $\square EACD$ 와 $\square AFKJ$ 의 넓이 관계는? 넓이가 같다.



(2) 다음 그림에 $\overline{HC}$, $\overline{HA}$, $\overline{CG}$, $\overline{JG}$ 를 그려라.

① $\triangle HCB$ 와 $\triangle HAB$ 의 넓이 관계는? 그 이유를 말하여라.

넓이가 같다. 밑변이 서로 같고 $\overline{HB} \parallel \overline{CA}$ 로 높이도 서로 같다.

② $\triangle HAB$ 와 $\triangle CGB$ 의 관계는? 그 이유를 말하여라.

합동

$\overline{HB} = \overline{CB}$, $\overline{BA} = \overline{BG}$,

$\angle HBA = 90^\circ + \angle CBA = \angle CBG$

③ $\triangle HAB$ 와 $\triangle CGB$ 의 넓이 관계는? 그 이유를 말하여라.

합동이므로 넓이가 같다.

④ $\triangle CGB$ 와 $\triangle JGB$ 의 넓이 관계는? 그 이유를 말하여라.

밑변은 서로 같고 $\overline{BG} \parallel \overline{CJ}$ 로 높이도 서로 같기 때문에 넓이는 같다.

※ ① ~ ④을 도표로 정리해 보자.

$$\left(\frac{1}{2}\right) \times \square HICB = \triangle HCB = \triangle HAB = \triangle CGB = \triangle JGB = \left(\frac{1}{2}\right) \times \square JKGB$$

⑤ $\triangle HCB$ 와 $\triangle JGB$ 의 넓이는 같다.

⑥ $\square HICB$ 와 $\square JKGB$ 의 넓이는 같다.

(3) (1)과 (2)의 내용 종합

($\square AFGB$ 의 넓이)

= (직사각형 $AFKJ$ 의 넓이) + (직사각형 $JKGB$ 의 넓이)

= (정사각형 $EACD$ 의 넓이) + (정사각형 $HICB$ 의 넓이)

(4) 위 (3)에서 얻은 등식을 a , b , c 로 나타내면 ($\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$) $c^2 = a^2 + b^2$

