

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

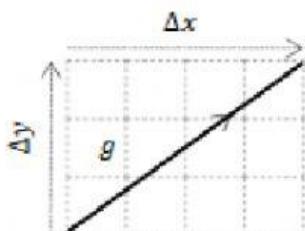
### GRADIENT/ KEMIRINGAN GARIS LURUS

#### C. Pengertian Gradien/ Kemiringan Garis

Gradien suatu garis lurus adalah ukuran kemiringan (kecondongan) dari suatu garis lurus. Gradien biasanya dinotasikan dengan  $m$ . Gradien suatu garis dapat ditentukan melalui hubungan berikut.

$$\text{gradien garis } m = \frac{\text{perubahan nilai } y}{\text{perubahan nilai } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Apa itu perubahan nilai  $x$  ( $\Delta x$ ) dan perubahan nilai  $y$  ( $\Delta y$ ) ? Perhatikan gambar berikut.



Pada contoh di samping,  
perubahan nilai  $y = 3$  satuan  
perubahan nilai  $x = 4$  satuan

Terdapat pula beberapa sifat gradien yang harus diperhatikan.



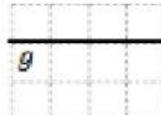
Jika garis miring ke kanan,  
gradiennya bernilai positif  
 $m > 0$



Jika garis tegak (sejajar  
sumbu  $Y$ ), gradiennya tidak  
terdefinisi



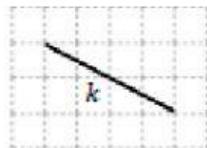
Jika garis miring ke kiri,  
gradiennya bernilai negatif  
 $m < 0$



Jika garis mendatar (sejajar  
sumbu  $X$ ), gradiennya nol,  
 $m = 0$

Contoh soal :

- a. Gradien ruas garis  $k$  berikut ini adalah ...



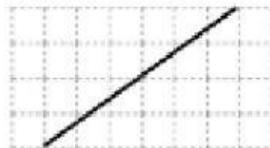
Penyelesaian :

$$\Delta y = 2$$

$$\Delta x = 4$$

$$\text{Jadi, } m = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

- b. Gradien ruas garis di bawah ini adalah ...



Penyelesaian :

$$\Delta y = 4$$

$$\Delta x = 6$$

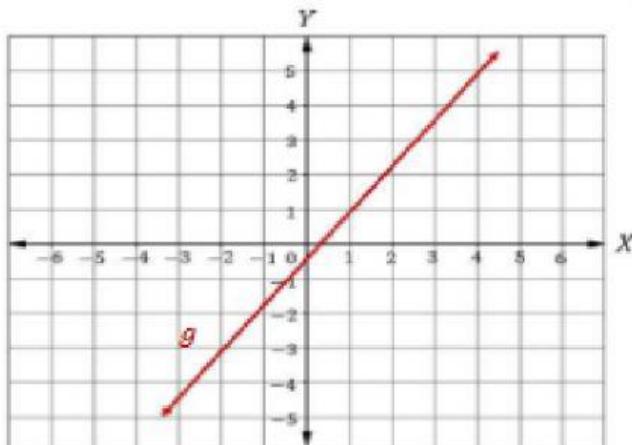
$$\text{Jadi, } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

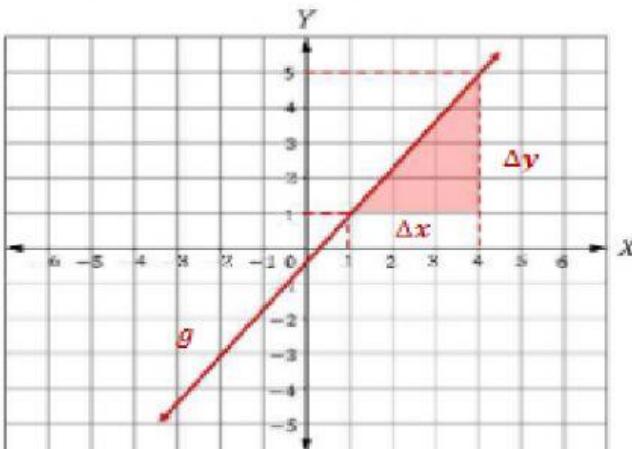
### D. Menentukan Gradien/ Kemiringan Garis

#### 1. Gradien garis pada koordinat kartesius

Perhatikanlah gambar berikut. Gradien garis  $g$  adalah ...



*Penyelesaian :*



Gradien garis  $g$  bernilai positif, karena garis miring ke kanan.

Dari gambar diketahui bahwa :

$$\Delta y = 3$$

$$\Delta x = 3$$

Sehingga, gradien garis  $g$  adalah

$$m_g = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{3} = 1$$

#### 2. Gradien dari suatu persamaan garis lurus

Gradien garis dengan persamaan  $y = mx + c$  adalah  $m$ .

Contoh :

- a. Tentukanlah gradien dari persamaan  $y = 2x + 4$ .

*Penyelesaian :*

Gradien garis  $y = 2x + 4$  adalah  $m = 2$

- b. Tentukanlah gradien dari persamaan  $4y + 3x = 12$

*Penyelesaian :*

Ubah persamaan garis ke bentuk umum  $y = mx + c$

$$4y + 3x = 12 \Leftrightarrow 4y = 12 - 3x$$

$$4y = -3x + 12$$

$$y = \frac{-3x + 12}{4}$$

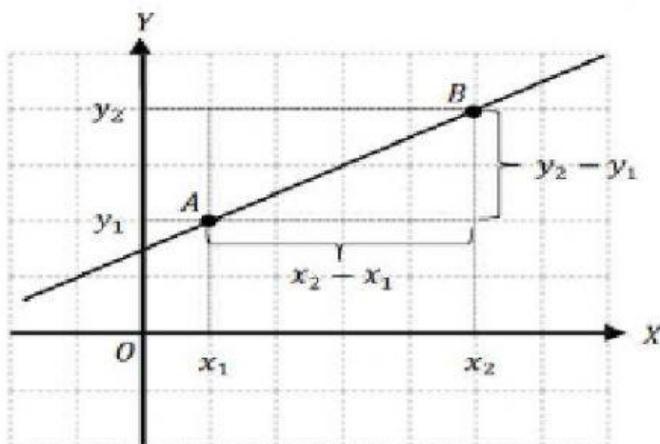
$$y = \frac{-3}{4}x + \frac{12}{4}$$

Jadi, gradien garis  $4y + 3x = 12$  adalah  $m = -\frac{3}{4}$

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

### 3. Gradien garis yang melalui dua titik

Perhatikanlah gambar berikut ini.



Jika diketahui dua titik yang dilalui suatu garis lurus, misalnya  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$

maka gradiennya dapat diperoleh dengan rumus :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh soal :

- a. Tentukan gradien garis yang menghubungkan pasangan titik  $P(-3, 6)$  dan  $Q(5, -4)$  !

*Penyelesaian :*

$P(-3, 6)$ , maka  $x_1 = -3$  dan  $y_1 = 6$

$Q(5, -4)$ , maka  $x_2 = 5$  dan  $y_2 = -4$

$$\text{Jadi, } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots} = \dots = \dots$$

- b. Garis  $k$  melalui titik  $A(-2, 3)$  dan  $B(2, p)$  serta memiliki nilai kemiringan  $\frac{1}{2}$ . Nilai  $p$  adalah ...

*Penyelesaian :*

$A(-2, 3)$ , maka  $x_1 = -2$  dan  $y_1 = 3$

$B(2, p)$ , maka  $x_2 = 2$  dan  $y_2 = p$

$$m = \frac{1}{2}$$

Masukkan nilai-nilai yang diketahui ke dalam rumus

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\dots = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)}$$

$$\dots = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots}$$

$$\dots = \frac{\dots - \dots}{\dots}$$

$$\dots (\dots - \dots) = \dots \quad (\text{perkalian silang})$$

$$\dots \cdot \dots = \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$p = \dots = \dots$$

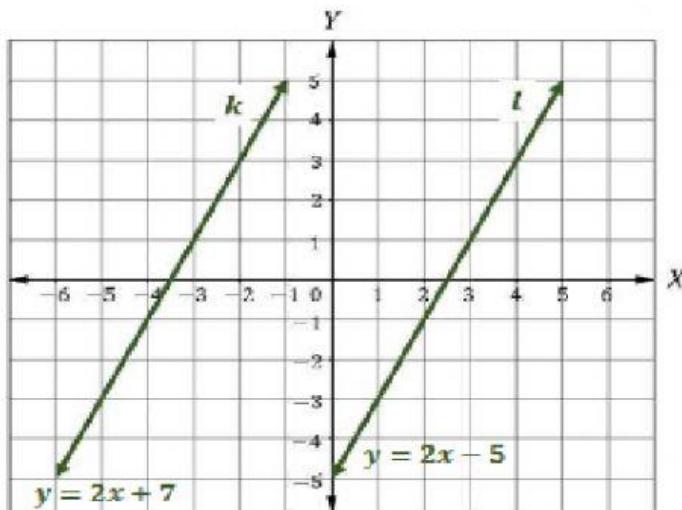
Jadi, nilai  $p = \dots$

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

### E. Hubungan gradien garis

#### 1. Gradien garis yang saling sejajar

Pada gambar di bawah ini, garis  $k$  dan garis  $l$  saling sejajar.



Persamaan garis  $k$  adalah  $y = 2x + 7$

Gradien garis  $k$  =  $m_k = 2$

Persamaan garis  $l$  adalah  $y = 2x - 5$

Gradien garis  $l$  =  $m_l = 2$

Gradien kedua garis tersebut sama, yaitu :

$$m_k = m_l = 2$$

Dapat disimpulkan bahwa, garis-garis yang sejajar memiliki gradien yang sama atau jika garis-garis memiliki gradien yang sama, maka pasti garis-garis tersebut saling sejajar.

Contoh :

Di antara persamaan berikut ini, manakah persamaan garis yang grafiknya saling sejajar ?

- a)  $2y = 8x + 20$
- b)  $6y = 12x + 18$
- c)  $3y = 12x + 15$

Penyelesaian :

Cari nilai  $m$  atau gradien dari masing-masing persamaan garis.

a)  $2y = 8x + 20$   
 $y = \frac{8x + 20}{2}$

$$y = ..... + .....$$

$$\text{Jadi, } m = .....$$

b)  $6y = 12x + 18$   
 $y = \frac{12x + 18}{6}$

$$y = ..... + .....$$

$$\text{Jadi, } m = .....$$

c)  $3y = 12x + 15$   
 $y = \frac{12x + 15}{3}$

$$y = ..... + .....$$

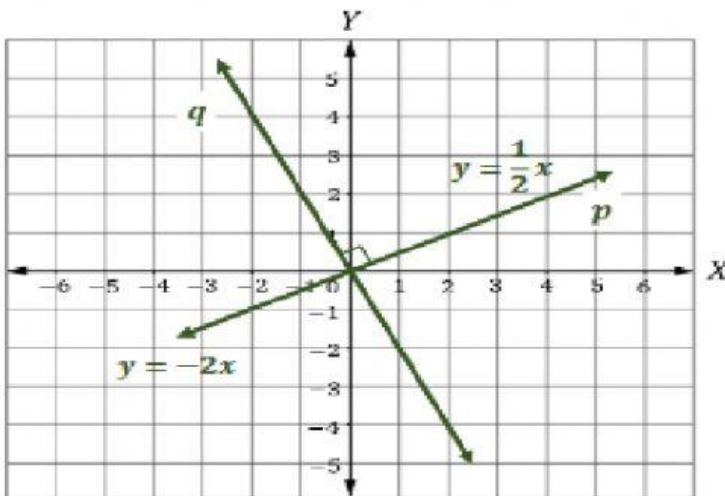
$$\text{Jadi, } m = .....$$

Dari perhitungan di samping, dapat disimpulkan bahwa garis dengan persamaan ..... sejajar dengan ..... karena memiliki gradien / kemiringan garis yang sama yaitu  $m = .....$

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

### 2. Gradien garis yang saling tegak lurus

Pada gambar di bawah ini, garis  $p$  dan garis  $q$  saling tegak lurus.



Persamaan garis  $p$  adalah  $y = \frac{1}{2}x$

Gradien garis  $p$  =  $m_p = \frac{1}{2}$

Persamaan garis  $q$  adalah  $y = -2x$

Gradien garis  $q$  =  $m_q = -2$

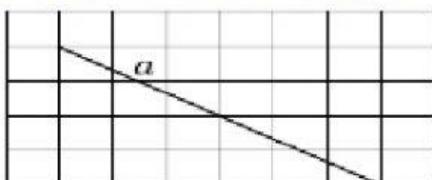
Gradien garis  $p$  tidak sama dengan gradien garis  $q$ . Hasil kali gradien garis  $p$  dan garis  $q$ , yaitu :

$$m_p \times m_q = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

Dapat disimpulkan bahwa, hasil kali gradien garis yang saling tegak lurus adalah  $-1$ . Atau, dua garis yang saling tegak lurus memiliki nilai gradien yang saling berkebalikan serta berlawanan tanda  $(+)$  dan  $(-)$  nya.

**Contoh soal :**

- a. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis yang tegak lurus dengan garis  $a$  adalah ...

*Penyelesaian :*

Carilah gradien garis  $a$

$$m_a = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 0}{0 - (-1)} = -1$$

Maka, gradien garis yang tegak lurus dengan garis  $a$  adalah

$$m = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\text{Karena, } -1 \times -1 = 1$$

- b. Diketahui garis  $PQ$  melalui koordinat titik  $P(-6, 8)$  dan  $Q(4, -7)$ . Jika garis  $k$  tegak lurus dengan garis  $PQ$ , berapakah gradien dari garis  $k$  ?

*Penyelesaian :*

Carilah gradien garis  $PQ$

$$P(-6, 8), \text{ maka } x_1 = -6 \text{ dan } y_1 = 8$$

$$Q(4, -7), \text{ maka } x_2 = 4 \text{ dan } y_2 = -7$$

## INTERACTIVE WORKSHEETS BY BAPAJO

$$m_{PQ} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)} = \dots = \dots$$

Maka, gradien garis  $k$  yang tegak lurus dengan garis  $PQ$  adalah

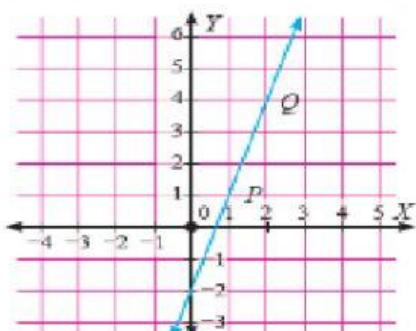
$$m = \dots$$

$$\text{Karena, } \dots \times \dots = \dots$$

### Latihan Mandiri 2

Kerjakanlah soal-soal berikut ini untuk mengetahui seberapa jauh kalian telah memahami materi. 😊

1. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis di atas adalah ...

- A. 3      C.  $\frac{1}{3}$   
 B. -3      D.  $-\frac{1}{3}$

2. Gradien dari persamaan  $2y - 8x + 16 = 0$  adalah ...

- A. 4      C.  $\frac{1}{4}$   
 B. -4      D.  $-\frac{1}{4}$

3. Gradien dari persamaan  $y = 5 - 7x$  adalah ...

- A. -5      C. -7  
 B. 5      D. 7

4. Garis  $k$  melalui titik  $(-4, 5)$  dan  $(-1, 3)$ . Kemiringan garis  $k$  adalah ...

- A.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{3}{2}$   
 B.  $-\frac{2}{3}$       D.  $-\frac{3}{2}$

5. Diketahui garis  $PQ$  melalui koordinat titik  $P(-6, 8)$  dan  $Q(4, -7)$ . Jika garis  $CD$  sejajar dengan garis  $PQ$ , kemiringan garis  $CD$  adalah ...

- A.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$   
 B.  $-\frac{3}{2}$       D.  $-\frac{2}{3}$

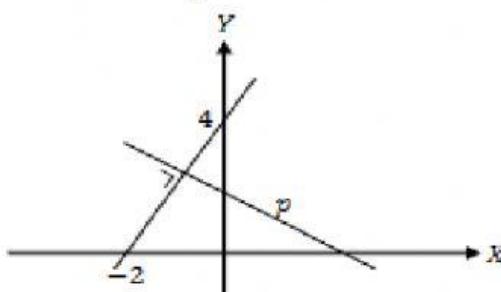
6. (Soal PAS tahun 2019)

Garis  $m$  melalui titik  $(1, -2)$  dan  $(3, 4)$ . Garis  $n$  tegak lurus terhadap garis  $m$ . Gradien garis  $n$  adalah ...

- A. -3      C.  $\frac{1}{3}$   
 B.  $-\frac{1}{3}$       D. 3

7. (Soal PAS tahun 2019)

Perhatikanlah gambar berikut.

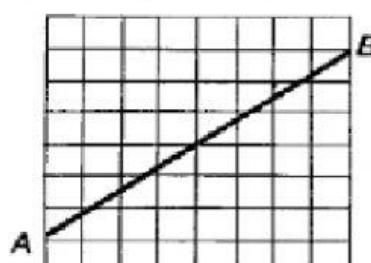


Gradien garis  $p$  adalah ...

- A. 2      C.  $\frac{1}{2}$   
 B. -2      D.  $-\frac{1}{2}$

8. (Soal PAS tahun 2018)

Perhatikan gambar berikut.



Jika garis  $g$  tegak lurus dengan garis  $AB$ , maka gradien garis  $g$  adalah ...

- A.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{3}{4}$   
 B.  $-\frac{4}{3}$       D.  $-\frac{3}{4}$