

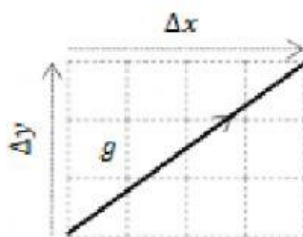
GRADIEN/ KEMIRINGAN GARIS LURUS

C. Pengertian Gradien/ Kemiringan Garis

Gradien suatu garis lurus adalah ukuran kemiringan (kecondongan) dari suatu garis lurus. Gradien biasanya dinotasikan dengan m . Gradien suatu garis dapat ditentukan melalui hubungan berikut.

$$\text{gradien garis} = m = \frac{\text{perubahan nilai } y}{\text{perubahan nilai } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Apa itu perubahan nilai x (Δx) dan perubahan nilai y (Δy) ? Perhatikan gambar berikut.



Pada contoh di samping,
perubahan nilai $y = 3$ satuan
perubahan nilai $x = 4$ satuan

Terdapat pula beberapa sifat gradien yang harus diperhatikan.



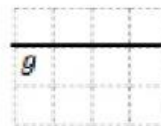
Jika garis miring ke kanan,
gradiennya bernilai positif
 $m > 0$



Jika garis tegak (sejajar
sumbu Y), gradiennya tidak
terdefinisi



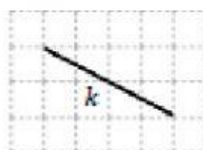
Jika garis miring ke kiri,
gradiennya bernilai negatif
 $m < 0$



Jika garis mendatar (sejajar
sumbu X), gradiennya nol,
 $m = 0$

Contoh soal :

a. Gradien ruas garis k berikut ini adalah ...



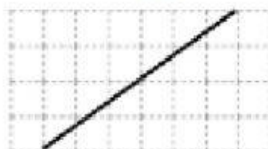
Penyelesaian :

$$\Delta y = 2$$

$$\Delta x = 4$$

$$\text{Jadi, } m = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

b. Gradien ruas garis di bawah ini adalah ...



Penyelesaian :

$$\Delta y = 4$$

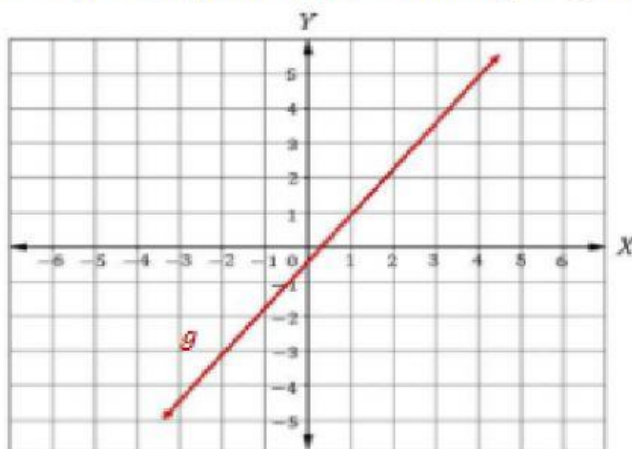
$$\Delta x = 6$$

$$\text{Jadi, } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

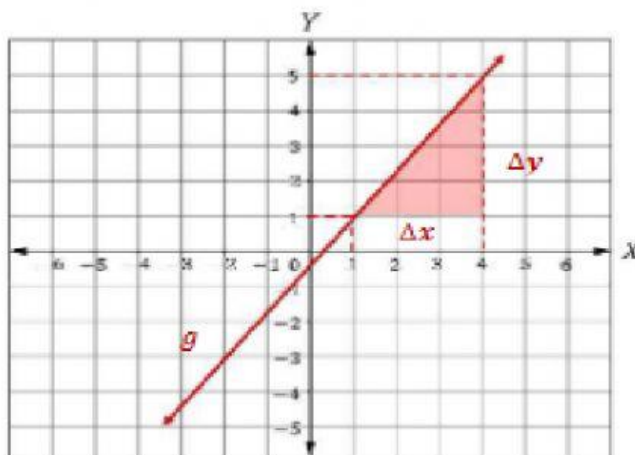
D. Menentukan Gradien/ Kemiringan Garis

1. Gradien garis pada koordinat kartesius

Perhatikanlah gambar berikut. Gradien garis g adalah ...



Penyelesaian :



Gradien garis g bernilai positif, karena garis miring ke kanan.

Dari gambar diketahui bahwa :

$$\Delta y = 4$$

$$\Delta x = 3$$

Sehingga, gradien garis g adalah

$$m_g = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{3}$$

2. Gradien dari suatu persamaan garis lurus

Gradien garis dengan persamaan $y = mx + c$ adalah m .

Contoh :

- a. Tentukanlah gradien dari persamaan $y = 2x + 4$.

Penyelesaian :

Gradien garis $y = 2x + 4$ adalah $m =$

- b. Tentukanlah gradien dari persamaan $4y + 3x = 12$

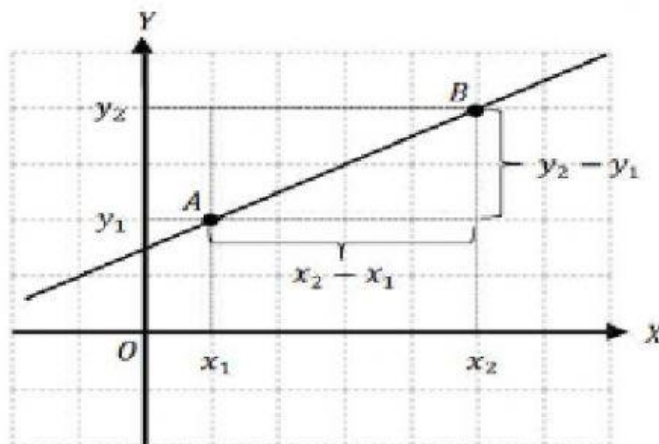
Penyelesaian :

Ubah persamaan garis ke bentuk umum $y = mx + c$

$$\begin{aligned} 4y + 3x &= 12 \Leftrightarrow 4y = 12 - 3x \\ 4y &= -3x + 12 \\ y &= \frac{-3x + 12}{4} \\ y &= \frac{...}{...} + \frac{...}{...} \end{aligned}$$

Jadi, gradien garis $4y + 3x = 12$ adalah $m = \frac{...}{...}$

3. Gradien garis yang melalui dua titik
Perhatikanlah gambar berikut ini.



Jika diketahui dua titik yang dilalui suatu garis lurus, misalnya $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ maka gradiennya dapat diperoleh dengan rumus :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh soal :

- a. Tentukan gradien garis yang menghubungkan pasangan titik $P(-3, 6)$ dan $Q(5, -4)$!

Penyelesaian :

$P(-3, 6)$, maka $x_1 = -3$ dan $y_1 = 6$

$Q(5, -4)$, maka $x_2 = 5$ dan $y_2 = -4$

$$\text{Jadi, } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

- b. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(2, p)$ serta memiliki nilai kemiringan $\frac{1}{2}$. Nilai p adalah ...

Penyelesaian :

$A(-2, 3)$, maka $x_1 = -2$ dan $y_1 = 3$

$B(2, p)$, maka $x_2 = 2$ dan $y_2 = p$

$$m = \frac{1}{2}$$

Masukkan nilai-nilai yang diketahui ke dalam rumus

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots + \dots}$$

$$\dots (\dots - \dots) = \dots \quad (\text{perkalian silang})$$

$$\dots - \dots = \dots$$

$$\dots = \dots + \dots$$

$$\dots = \dots$$

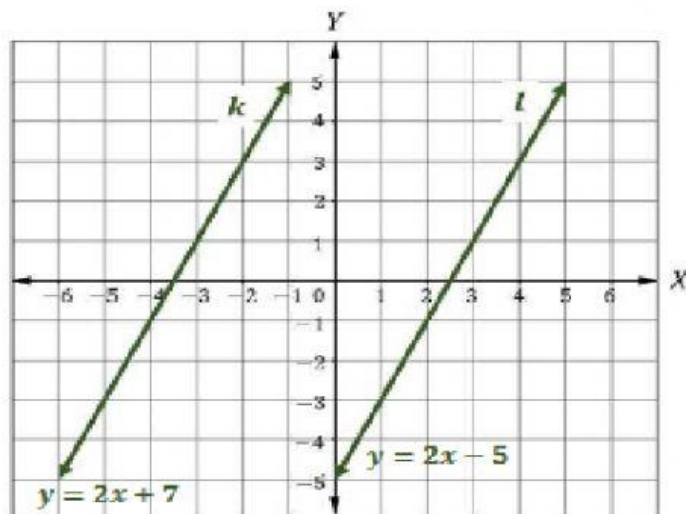
$$p = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Jadi, nilai $p = \dots$

E. Hubungan gradien garis

1. Gradien garis yang saling sejajar

Pada gambar di bawah ini, garis k dan garis l saling sejajar.



Persamaan garis k adalah $y = 2x + 7$

Gradien garis $k = m_k = 2$

Persamaan garis l adalah $y = 2x - 5$

Gradien garis $l = m_l = 2$

Gradien kedua garis tersebut sama, yaitu :

$$m_k = m_l = 2$$

Dapat disimpulkan bahwa, garis-garis yang sejajar memiliki gradien yang sama *atau* jika garis-garis memiliki gradien yang sama, maka pasti garis-garis tersebut saling sejajar.

Contoh :

Di antara persamaan berikut ini, manakah persamaan garis yang grafiknya saling sejajar ?

- a) $2y = 8x + 20$
- b) $6y = 12x + 18$
- c) $3y = 12x + 15$

Penyelesaian :

Cari nilai m atau gradien dari masing-masing persamaan garis.

a) $2y = 8x + 20$

$$y = \frac{8x + 20}{2}$$

$$y = \dots + \dots$$

Jadi, $m = \dots$

b) $6y = 12x + 18$

$$y = \frac{12x + 18}{6}$$

$$y = \dots + \dots$$

Jadi, $m = \dots$

c) $3y = 12x + 15$

$$y = \frac{12x + 15}{3}$$

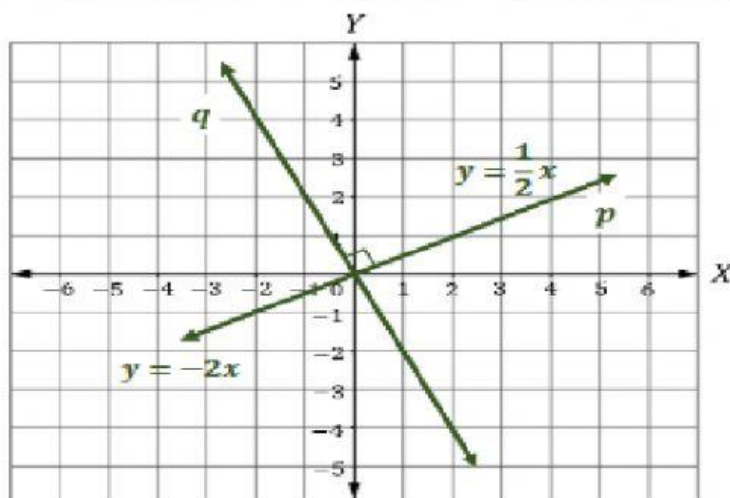
$$y = \dots + \dots$$

Jadi, $m = \dots$

Dari perhitungan di samping, dapat disimpulkan bahwa garis dengan persamaan sejajar dengan karena memiliki gradien/ kemiringan garis yang sama yaitu $m = \dots$

2. Gradien garis yang saling tegak lurus

Pada gambar di bawah ini, garis p dan garis q saling tegak lurus.



Persamaan garis p adalah $y = \frac{1}{2}x$

Gradien garis $p = m_p = \frac{1}{2}$

Persamaan garis q adalah $y = -2x$

Gradien garis $q = m_q = -2$

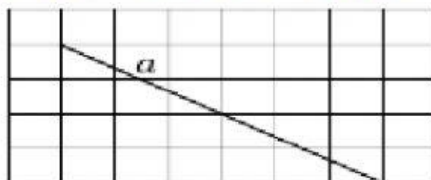
Gradien garis p tidak sama dengan gradien garis q . Hasil kali gradien garis p dan garis q , yaitu :

$$m_p \times m_q = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

Dapat disimpulkan bahwa, hasil kali gradien-gradien garis yang saling tegak lurus adalah -1 . Atau, dua garis yang saling **tegak lurus** memiliki nilai gradien yang saling **berkebalikan** serta **berlawanan tanda (+) dan (-) nya**.

Contoh soal :

a. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis yang tegak lurus dengan garis a adalah ...

Penyelesaian :

Carilah gradien garis a

$$m_a = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Maka, gradien garis yang tegak lurus dengan garis a adalah

$$m = \frac{\dots}{\dots}$$

Karena, $\frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \dots$,

b. Diketahui garis PQ melalui koordinat titik $P(-6, 8)$ dan $Q(4, -7)$. Jika garis k tegak lurus dengan garis PQ , berapakah gradien dari garis k ?

Penyelesaian :

Carilah gradien garis PQ

$P(-6, 8)$, maka $x_1 = -6$ dan $y_1 = 8$

$Q(4, -7)$, maka $x_2 = 4$ dan $y_2 = -7$

$$m_{PQ} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots - \dots}{\dots - (\dots)} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Maka, gradien garis k yang tegak lurus dengan garis PQ adalah

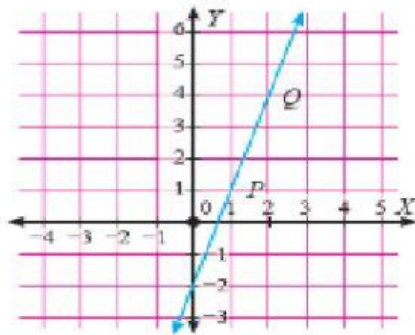
$$m = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\text{Karena, } \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \dots,$$

Latihan Mandiri 2

Kerjakanlah soal-soal berikut ini untuk mengetahui seberapa jauh kalian telah memahami materi. 😊

1. Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis di atas adalah ...

- A. 3
B. -3
C. $\frac{1}{3}$
D. $-\frac{1}{3}$
2. Gradien dari persamaan $2y - 8x + 16 = 0$ adalah ...
A. 4
B. -4
C. $\frac{1}{4}$
D. $-\frac{1}{4}$
3. Gradien dari persamaan $y = 5 - 7x$ adalah ...
A. -5
B. 5
C. -7
D. 7
4. Garis k melalui titik $(-4, 5)$ dan $(-1, 3)$. Kemiringan garis k adalah ...
A. $\frac{2}{3}$
B. $-\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{2}$
D. $-\frac{3}{2}$
5. Diketahui garis PQ melalui koordinat titik $P(-6, 8)$ dan $Q(4, -7)$. Jika garis CD sejajar dengan garis PQ , kemiringan garis CD adalah ...
A. $\frac{3}{2}$
B. $-\frac{3}{2}$
C. $\frac{2}{3}$
D. $-\frac{2}{3}$

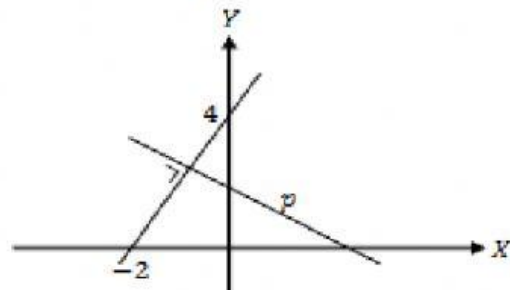
6. (Soal PAS tahun 2019)

Garis m melalui titik $(1, -2)$ dan $(3, 4)$. Garis n tegak lurus terhadap garis m . Gradien garis n adalah ...

- A. -3
B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{3}$
D. 3

7. (Soal PAS tahun 2019)

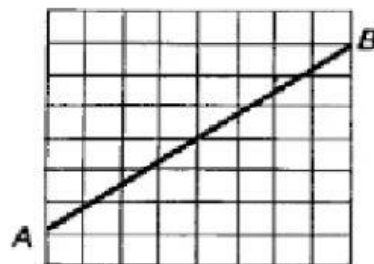
Perhatikanlah gambar berikut.



Gradien garis p adalah ...

- A. 2
B. -2
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$
8. (Soal PAS tahun 2018)

Perhatikan gambar berikut.



Jika garis g tegak lurus dengan garis AB , maka gradien garis g adalah ...

- A. $\frac{4}{3}$
B. $-\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $-\frac{3}{4}$