

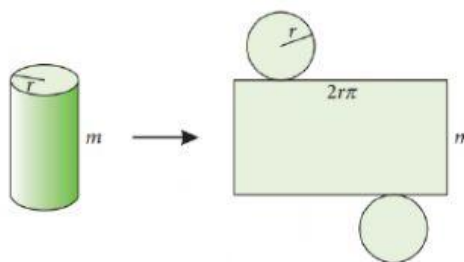
## Gyakorló feladatsorok henger felszínére és térfogatára

(Ha az eleje túl könnyű, ugord át nyugodtan. Ne törődj azzal, hogy piros lesz! csak a jegyeddel törődj! <3 )

Az egyenes körhenger palástja görbült felület, de a síkba kiteríthetjük, és a kiterítés után egy olyan téglalapot kapunk, amelynek az egyik oldala az alapkör kerületének  $2r\pi$  hosszával, másik oldala pedig a henger  $m$  magasságával egyenlő hosszú.

Ebből adódik, hogy a henger felszíne:  $A = 2r^2\pi + 2r\pi m = 2r\pi(r + m)$ .

A henger térfogata az alapterület és a magasság szorzata:  $V = r^2\pi m$ .



<https://www.youtube.com/watch?v=ijMDAfHuVAo>

<https://www.youtube.com/watch?v=Py1YUpa6JKg>

<https://www.youtube.com/watch?v=Ft1qirSKfZg>

### KETTESÉRT:

1. Egy henger sugara 5 cm, magassága 6,7cm. Mennyi a felszíne és a térfogata? A  $\pi$  számolásánál a számológép gombját használtam, nem a kerekített 3,14-gyel számolok.)  $A = \dots\dots\dots$  cm  $V = \dots\dots\dots$  cm

2. Egy henger átmérője 10 cm, magassága 8,9 cm. Mennyi a felszíne és a térfogata?

(Próbáld meg a segítségem nélkül. Ha nem jó a megoldás, csak akkor olvasd el a továbbiakat!)

A képletben sugár van, itt az átmérő adott. Az átmérő kétszerese a sugárnak, tehát osztunk 2-vel.  $r = \dots\dots\dots$  cm

$A = \dots\dots\dots$  cm  $V = \dots\dots\dots$  cm

3. **Ha jó volt az előző, ugorj a következőre! Ha nem ment önállóan, csak akkor csináld. Figyelj a mértékváltásra!**

Egy henger átmérője 4,2 dm, magassága 5 dm. Mennyi a felszíne és a térfogata?  $A = \dots\dots\dots$  cm<sup>2</sup>  $V = \dots\dots\dots$  cm<sup>3</sup>

4. Egy 18 cm átmérőjű fazékban 12 cm magasan áll a leves. Hány liter leves van a fazékban?  $r = \dots\dots\dots$  cm

$V = \dots\dots\dots$  cm<sup>3</sup> =  $\dots\dots\dots$  dm<sup>3</sup> =  $\dots\dots\dots$  liter

(1liter=1dm<sup>3</sup>=1000cm<sup>3</sup> tehát köbcentiméterről köbdeciméterre való átváltásnál osztunk 1000-rel.)

5. Egy **henger** alakú bögre belsejének magassága 12 cm, belső alapkörének átmérője 8 cm. Belefér-e egyszerre  $\frac{1}{2}$  liter kakaó? Válaszát indokolja! (4 pont)  $V = \dots\dots\dots$  cm<sup>3</sup> =  $\dots\dots\dots$  l  
Belefér-e?  $\dots\dots\dots$

6. Egy **henger** alakú fazék belsejének magassága 14 cm, belső alapkörének átmérője 20 cm. Meg lehet-e főzni benne egyszerre 5 liter levest? Válaszát indokolja! Belefér 5 liter leves? (4 pont)  $V = \dots\dots\dots$  cm<sup>3</sup> =  $\dots\dots\dots$  l  
Belefér-e?  $\dots\dots\dots$

**14.2.** Körhenger alakú konzervdoboz térfogata 2,3 dl, alapkörének átmérője 6 cm. Mekkora a konzervdoboz felszíne?

$V = 2,3 \text{ dl} = \dots\dots\dots \text{ l} = \dots\dots\dots \text{ cm}^3$

$r = \dots\dots\dots$  cm  $A = \dots\dots\dots$  cm<sup>2</sup>

ebbe a képletbe behelyettesítjük a sugarat,  
kiszámoljuk a magasságot, majd a felszínt.

# HÁRMASÉRT-NÉGYESÉRT:

Egy mobil kerti medence forgáshenger alakú. Az átmérője 3 méter, a medencét 1,2 méter magasságig töltik fel vízzel.

a) Mennyi időre lenne elegendő ennyi víz egy 4 tagú családnak, amelynek havi átlagos vízfogyasztása  $6 \text{ m}^3$ ?

1,41 hónap = (hagyd bent a gépben)  $/ \cdot 30 = 42,41 \text{ nap} \Rightarrow 42 \text{ napra}$ , tehát 1 hónapra és 12 napra lenne elég.

b) Mennyibe kerül a kerti medence egyszeri feltöltése, ha az adott településen a vízdíj és a szennyvízdíj együttes összege köbméterenként 620 forint? (A csapból kiengedett vízért vízdíjat és szennyvízdíjat is fizetünk.)

1.  $\text{m}^3 \Rightarrow$  térfogatot kell számolnunk  $V = \dots \text{m}^3$   
1 hónapra  $6 \text{ m}^3$   
 $\dots$  hónapra a kapott térfogat ( $8,48 \text{ m}^3$ ).

(ha kell segítség: 1 hónapra  $6 \text{ m}^3$   $/:6$

$1/6$  hónapra  $1 \text{ m}^3$   $/ \cdot 8,48$

1,41 hónapra  $8,48 \text{ m}^3$ . /ha napba akarjuk átszámolni:

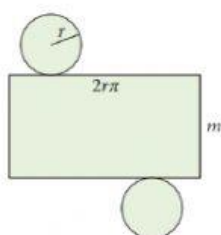
b)  $\dots \text{ Ft}$

Egy 2 cm sugarú, 10 cm széles festőhengerrel dolgozva egy fordulattal körülbelül 1,5 ml festéket viszünk fel a falra.

a) Hány liter festéket vegyünk egy  $40 \text{ m}^2$  falfelületű szobához, ha a falfelületet csak egyszer kell lefesteni?

b) Milyen magasan áll ennyi festék a 16 cm átmérőjű, henger alakú festékes vödörben?

2. A henger palástja lesz a festő-felület. A palást egy téglalap.



Egyik oldala a kör kerülete  $k=2r\pi$ , a másik oldala a henger magassága.

Ennek a hengernek a palástja:  $\dots \text{cm}^2 =$

$\dots \text{dm}^2 = \dots \text{m}^2$

Ez a festő felület 1 fordulattal 1,5 ml -t visz fel  $\dots \text{m}^2$ -re.

$\dots \text{ml-t}$  visz fel  $40 \text{ m}^2$ -re.

Ez a  $\dots \text{ml} = \dots \text{cl} = \dots \text{dl} = \dots \text{l}$

b) A térfogatot számold át  $\text{cm}^3$ -be. Ez a térfogat = egy olyan henger térfogatával, melynek átmérője 16 cm. Magassága:  $\dots \text{cm}$



3. 14.3. Körhenger alakú kenőcségely felszíne  $314,2 \text{ cm}^2$ , magassága 5 cm. Mekkora az alapkörének átmérője?  $r = \dots \text{cm}$   
 $d = \dots \text{cm}$

4. Az egyenes körhenger alaplapijának kerülete 20,33 cm, a magasságnak és az alaplap sugarának különbsége

11,6 cm. Mekkora a felszíne?  $A = \dots \text{cm}^2$

A terület képletéből kiszámoljuk a sugarat.  $r = \dots \text{cm}$ .

Ha a magasságnak és az alaplap sugarának különbsége:  $m-r=11,6$   $/+r$   $m = \dots \text{cm}$   $A = \dots \text{cm}^2$

ugyanez más számokkal:

**35. Egy egyenes körhenger felszíne  $1111 \text{ cm}^2$ . Az alaplap sugarának és a henger magasságának az összege  $26,8 \text{ cm}$ . Mekkora a sugár és a magasság?**

Megoldás:

Fejezzük ki a magasságot a sugár segítségével:

$$r + M = 26,8 \quad \rightarrow \quad M = 26,8 - r$$

A felszín segítségével számítsuk ki az alapkör sugarát:

$$1111 = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (26,8 - r) \quad \rightarrow \quad r \approx 6,6 \text{ cm}$$

Ezt visszahelyettesítve megkapjuk a henger magasságát:  $M = 26,8 - 6,6 = 20,2 \text{ cm}$ .

**47. Egyenlő oldalú egyenes körhenger palástja  $25 \text{ m}^2$ . Mekkora a térfogata? (Egyenlő oldalú a henger, ha ugyanolyan magas, mint amilyen széles.)**

Megoldás:

Fejezzük ki a henger magasságát az alapkör sugarával:  $M = 2 \cdot r$ .

A palást területének segítségével számítsuk ki az alapkör sugarát:

$$25 = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot 2 \cdot r \quad \rightarrow \quad r \approx 1,41 \text{ m}$$

Ezt visszahelyettesítve megkapjuk a henger magasságát:  $M = 2,82 \text{ m}$ .

Ezek alapján a henger térfogata:  $V = 1,41^2 \cdot \pi \cdot 2,82 \approx 17,61 \text{ m}^3$ .

*és jó kis arányosságos feladatok... először egy kidolgozott feladat:*

**42. Egyenes körhenger térfogata  $3\,280 \text{ cm}^3$ , az alaplap sugara és a magasság úgy aránylik egymáshoz, mint 5: 6. Mekkora a henger felszíne?**

Megoldás:

Az arányoknak megfelelően felírhatjuk a következőket:  $r = 5x$  és  $M = 6x$ .

A térfogat segítségével számítsuk ki az  $x$  értékét:

$$3\,280 = (5x)^2 \cdot \pi \cdot 6x \quad \rightarrow \quad x \approx 1,91 \text{ cm}$$

Ezt visszahelyettesítve megkapjuk a henger alapkörének sugarát és magasságát:  $r = 9,55 \text{ cm}$  és  $M = 11,46 \text{ cm}$ .

Számítsuk ki az alaplap területét:  $T_a = 9,55^2 \cdot \pi \approx 286,52 \text{ cm}^2$ .

Számítsuk ki a palást területét:  $T_p = 2 \cdot 9,55 \cdot \pi \cdot 11,46 \approx 687,65 \text{ cm}^2$ .

Ezek alapján a henger felszíne:  $A = 2 \cdot 286,52 + 687,65 = 1\,260,69 \text{ cm}^2$ .

Ugyanez más számokkal: A henger sugarának és magasságának aránya 4:5, felszíne  $21356,62\text{cm}^2$ . Mekkora a sugara és a magassága?  $r=\dots\dots\dots\text{cm}$ ,  $m=\dots\dots\dots\text{cm}$ .

Egy egyenes körhenger alapkörének sugara 5 cm, kiterített palástja olyan téglalap, amelyben az oldalak aránya 2:3. Mekkora a henger felszíne? Kétféle megoldás is lehetséges attól függően, hogy melyik a 2-es és melyik a 3-as arány.

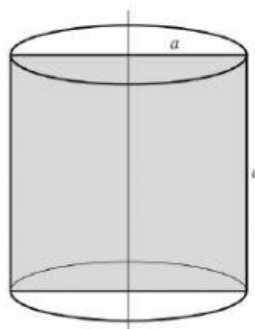
kisebb felszín:  $A=\dots\dots\dots\text{cm}^2$                       nagyobb felszín:  $A=\dots\dots\dots\text{cm}^2$

**14.4.** Mekkora annak a körhengernek a magassága, amelynek alapköre 5 cm sugarú, és a felszínének mérőszáma egyenlő a térfogatának mérőszámával?

pl.:  $r=5\text{cm}$  kifejezésben az 5 a mérőszám, a cm a mértékegység

felszín képlete = térfogat képlete, behelyettesítünk.  $m=\dots\dots\dots\text{cm}$

**14.5.** Egy 8 cm oldalhosszúságú négyzetet megforgatunk a szemközti oldalfelező pontjain áthaladó tengely körül. Mekkora az így kapott henger felszíne és térfogata?



$A= \dots\dots\dots\text{cm}^2$

$V=\dots\dots\dots\text{cm}^3$

A Velencei-tó vízfelülete körülbelül  $26\text{ km}^2$ , a tó átlagos mélysége 1,5 méter. Becsöld meg, hány köbméter víz lehet összesen a tóban! Az eredményt normálalakban add meg!  
Emlékezz! A számok *normálalakja* egy kéttényezős szorzat:  $a \cdot 10^k$ , ahol  $1 \leq |a| < 10$  és  $k \in \mathbb{Z}$ .



vízfelület = terület

$$V=t \cdot m$$

$$V=\dots\dots\dots\text{millió m}^3 = \dots\dots\dots \cdot 10 \quad \text{m}^3$$

**38.** Mekkora a kétliteres, henger alakú edény magassága, ha kétszer olyan magas, mint amilyen széles?

Megoldás:

Fejezzük ki az alapkör sugarát a magasság segítségével:  $r = 0,25 \cdot M$ .

Mivel  $2\text{ l} = 2\text{ dm}^3$ , így a térfogat segítségével számítsuk ki a henger magasságát:

$$2 = (0,25 \cdot M)^2 \cdot \pi \cdot M \quad \rightarrow \quad M \approx 2,17\text{ dm}$$

**39. Hány hl víz van egy 1,6 m széles kútban, ha a víz 3,2 m magasan áll benne?**

Megoldás:

A kút alapkörének sugara:  $r = 0,8 \text{ m}$ .

Számítsuk ki a kút térfogata:  $V = 0,8^2 \cdot \pi \cdot 3,2 \approx 6,43 \text{ m}^3$ .

Ezek alapján a víz mennyisége:  $6,43 \text{ m}^3 = 6430 \text{ dm}^3 = 6430 \text{ l} = 64,3 \text{ hl}$ .

**40. Egy malomkő külső és belső sugara 0,5 m és 0,1 m, vastagsága 0,2 m. Mekkora a tömege, ha sűrűsége  $2,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ ?**

Megoldás:

Számítsuk ki a külső henger térfogatát:  $V_k = 0,5^2 \cdot \pi \cdot 0,2 \approx 0,157 \text{ m}^3$ .

Számítsuk ki a belső henger térfogatát:  $V_b = 0,1^2 \cdot \pi \cdot 0,2 \approx 0,006 \text{ m}^3$ .

Számítsuk ki a malomkő térfogatát:  $V = V_k - V_b = 0,157 - 0,006 = 0,151 \text{ m}^3 = 151 \text{ dm}^3$ .

Ezek alapján a malomkő tömege:  $m = 151 \cdot 2,5 = 377,5 \text{ kg}$ .

**43. Egyenes körhenger kiterített palástja egy négyzet, melynek átlója 10 cm. Mekkora a henger térfogata?**

Megoldás:

Számítsuk ki Pitagorasz – tétel segítségével palást oldalait:

$$x^2 + x^2 = 10^2 \quad \rightarrow \quad x \approx 7,07 \text{ cm}$$

A palást oldalai a henger alapkörének kerülete és a henger magassága.

Az alapkör kerületének segítségével számítsuk ki az alapkör sugarát:

$$7,07 = 2 \cdot r \cdot \pi \quad \rightarrow \quad r \approx 1,13 \text{ cm}$$

Ezek alapján a henger térfogata:  $V = 1,13^2 \cdot \pi \cdot 7,07 \approx 28,36 \text{ cm}^3$ .

**41. Egyenes körhenger térfogata  $9\,628,17 \text{ cm}^3$ , palástjának felszíne  $2\,128,29 \text{ cm}^2$ . Mekkora az alaplap sugara és a testmagasság?**

Megoldás:

A palást területének segítségével fejezzük ki a magasságot az alapkör sugarával:

$$2\,128,29 = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot M \quad \rightarrow \quad M = \frac{2\,128,29}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

A térfogat segítségével számítsuk ki az alapkör sugarát:

$$9\,628,17 = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{2\,128,29}{2 \cdot r \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad r = 9,04 \text{ cm}$$

Ezt visszahelyettesítve megkapjuk a henger magasságát:  $M \approx 37,47 \text{ cm}$ .

48. Egy óránként 82 hl vizet adó forrás egy 7,5 m átmérőjű henger alakú medencébe folyik. Mennyit emelkedik a vízszint 4 óra alatt?

Megoldás:

A medence alapkörének sugara:  $r = 3,75 \text{ m}$ .

A vízoszlop térfogata:  $V = 82 \text{ hl} = 8200 \text{ l} = 8200 \text{ dm}^3 = 8,2 \text{ m}^3$ .

A térfogat segítségével számítsuk ki a vízoszlop magasságát:

$$8,2 = 3,75^2 \cdot \pi \cdot M \quad \rightarrow \quad M \approx 0,19 \text{ m}$$

Ezek alapján 4 óra alatt  $h = 4 \cdot 0,19 = 0,76 \text{ m}$  lesz a víz magassága.

## ÖTÖSÉRT:

A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ( $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ), átmérője 0,5 mikrométer ( $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ).

a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét  $\text{m}^3$ -ben, illetve  $\text{m}^2$ -ben, normálalakban adja meg! (5 pont)

1.  $A = \dots \cdot 10 \text{ m}^2$

$V = \dots \cdot 10 \text{ m}^3$

A szabványos jégkorong egy olyan vulkanizált gumihenger, amelynek magassága 2,54 cm (1 inch), alapkörének átmérője 7,62 cm (3 inch). Az egyik csapat a pálya bejáratához egy olyan nagyméretű korongot tervezett, amely (matematikai értelemben) hasonló a szabványos jégkoronghoz. A tervben szereplő nagyméretű korong térfogata  $1 \text{ m}^3$ .

d) Számítsa ki a nagyméretű korong magasságának és alapköre átmérőjének a hosszát! (7 pont)

2.  $V = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$

Az új henger adatai:  $r = \lambda \cdot 3,81 \text{ cm}$   
 $m = \lambda \cdot 2,54 \text{ cm}$

ezt helyettesítjük a térfogatképletbe  $\lambda = \dots$

$r' = \dots \text{ cm}$   $m' = \dots \text{ cm}$

3.

Ugyanazt a fajta mézet a termelő kétféle henger alakú üvegben hozza forgalomba. A magasabb üveg magassága pontosan kétszer akkora, mint a kisebbiké, viszont az átmérője csak feleakkora. A magasabb üveg mézet 230 Ft-ért, az alacsonyabbikat 430 Ft-ért árulja. Melyik a jobb vétel (ha az üvegek ára egyforma, illetve nem jelentős)?

jelölheted általánosan  $r$ -rel és  $m$ -mel az adatokat, vagy konkrét számokkal.

Hányszorosa a 2. térfogat az 1-nek? .....

Az ár is ennyiszere, vagy drágább, vagy olcsóbb?

Melyiket a jobb vétel: első vagy második? .....

és ami még nehezebb:

46. Egy  $80 \text{ dm}^2$  területű, téglalap alakú bádoból csövet akarunk készíteni. A téglalap egyik oldala a másik oldal  $\frac{5}{8}$  része. A rövidebb oldal legyen a cső tengelyével párhuzamos. Ráhajtásra  $2 \text{ cm} - t$  szánjunk. Mekkora lesz a cső átmérője és magassága?

Megoldás:

A téglalap rövidebb oldala a henger magassága, a hosszabb oldala pedig az alapkör kerülete.

A téglalap rövidebb oldalát fejezzük ki a hosszabb oldal segítségével:  $a = \frac{5}{8} \cdot b$ .

A téglalap területének segítségével számítsuk ki a hosszabb oldalt:

$$80 = \frac{5}{8} \cdot b \cdot b \quad \rightarrow \quad b \approx 11,31 \text{ dm}$$

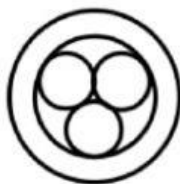
Ezt visszahelyettesítve megkapjuk a rövidebb oldalt:  $a \approx 7,07 \text{ dm}$ .

Ezek alapján a cső magassága:  $M = 7,07 \text{ dm}$ .

51. Erőszármú kábelben 3 darab  $6,6 \text{ mm}$  átmérőjű rézdrót van. Kívül  $2 \text{ mm}$  falvastagságú,  $3 \text{ cm}$  - es belső átmérőjű ólomköpeny veszi körül, amelyen belül a fenn maradó részt szigetelőanyag tölti ki. Mekkora a tömege  $1 \text{ m}$  kábelnek? (A réz sűrűsége  $8,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ , az ólomé  $11,4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ , a szigetelőanyagé pedig  $0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ .)

Megoldás:

Tekintsük a következő ábrát:



Először számítsuk ki a három rézdrót tömegét.

Egy rézdrót sugara:  $r = 3,3 \text{ mm} = 0,033 \text{ dm}$ .

Számítsuk ki egy rézdrót térfogatát:  $V = 0,033^2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 0,0342 \text{ dm}^3$ .

Ezek alapján a három rézdrót tömege:  $m = 3 \cdot 0,0342 \cdot 8,9 \approx 0,91 \text{ kg}$ .

Számítsuk ki a köpeny külső hengerének térfogatát:  $V_k = 0,17^2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 0,9079 \text{ dm}^3$ .

Számítsuk ki a köpeny belső hengerének térfogatát:  $V_b = 0,15^2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 0,7069 \text{ dm}^3$ .

Számítsuk ki az ólomköpeny térfogatát:  $V = V_k - V_b = 0,9079 - 0,7069 = 0,201 \text{ dm}^3$ .

Ezek alapján az ólomköpeny tömege:  $m = 0,201 \cdot 11,4 \approx 2,29 \text{ kg}$ .

Végül számítsuk ki a szigetelőanyag tömegét.

A szigetelőanyag térfogatát megkaphatjuk, ha a kábel térfogatából kivesszük az előzőleg kiszámolt anyagok térfogatát:

$$V = 0,9079 - 3 \cdot 0,0342 - 0,201 = 0,6043 \text{ dm}^3$$

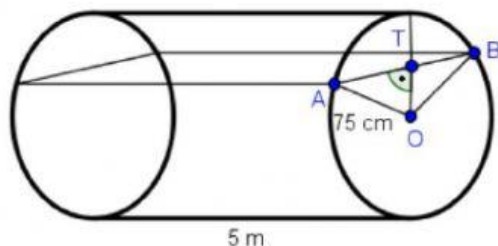
Ezek alapján a szigetelőanyag tömege:  $m = 0,6043 \cdot 0,9 \approx 0,54 \text{ kg}$ .

Ezek alapján a kábel tömege:  $m = 0,91 + 2,29 + 0,54 = 3,74 \text{ kg}$ .

52. Körhenger alakú fekvő kazán belső átmérője 150 cm, hossza 5 m. Mennyi víz van benne, ha a magasságának  $\frac{4}{5}$  részéig áll a víz?

Megoldás:

Tekintsük a következő ábrát:



A kazán sugara:  $r = 75 \text{ cm}$ .

A víz által keletkező test alaplapja a nagyobb körszelet.

Számítsuk ki az  $AOB$   $\Delta$  magasságát:  $|OT| = 150 \cdot \frac{4}{5} - 75 = 45 \text{ cm}$ .

A derékszögű  $AOT$   $\Delta$  - ben megfelelő szögfüggvénnyel számítsuk ki a  $\gamma_1 = AOT$   $\sphericalangle$ :

$$\cos \gamma_1 = \frac{45}{75} \quad \rightarrow \quad \gamma_1 \approx 53,13^\circ$$

Számítsuk ki az  $AOB$   $\Delta$  szárszögét:  $\gamma = AOB \sphericalangle = 2 \cdot 53,13^\circ = 106,26^\circ$ .

Számítsuk ki a kazán alapkörének területét:  $T_k = 75^2 \cdot \pi \approx 17\,671,46 \text{ cm}^2$ .

Számítsuk ki az  $AOB$  körcikk területét:  $T_{cikk} = 75^2 \cdot \pi \cdot \frac{106,26^\circ}{360^\circ} \approx 5\,216,03 \text{ cm}^2$ .

Számítsuk ki az  $AOB$   $\Delta$  területét:  $T_\Delta = \frac{75 \cdot 75 \cdot \sin 106,26^\circ}{2} \approx 2\,700 \text{ cm}^2$ .

A kisebb körszelet területe:  $T_{szelet} = T_{cikk} - T_\Delta = 5\,216,03 - 2\,700 = 2\,516,03 \text{ cm}^2$ .

Ezek alapján az alaplap területe:  $T_a = T_k - T_{szelet} = 17\,671,46 - 2\,516,03 = 15\,155,23 \text{ cm}^2$ .

Ezek alapján a víz mennyisége:

$$V = 15\,155,23 \cdot 500 = 7\,577\,615 \text{ cm}^3 = 7\,577,615 \text{ dm}^3 = 7\,577,615 \text{ l}.$$