

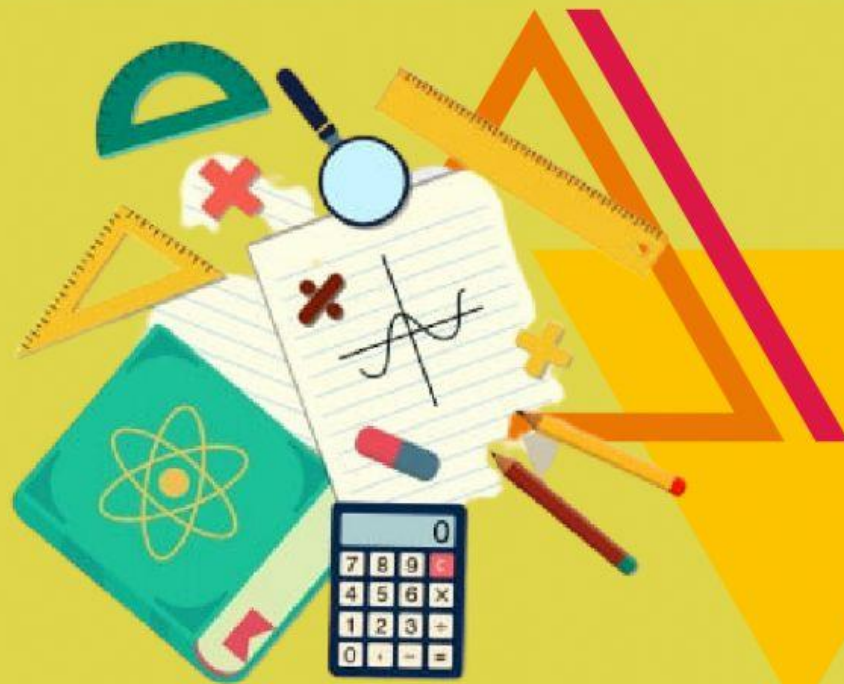
LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Berbasis Penemuan Terbimbing

MATEMATIKA

PEMINATAN

KELAS XI



IDENTITAS TRIGONOMETRI

JUMLAH DAN SELISIH DUA SUDUT

Nama :

Kelas :



SMA NEGERI 6

TASIKMALAYA

APERSEPSI

Amati gambar dan bacalah masalah Gono berikut!



Gono sedang memperhatikan tiang panjat pinang yang akan diikutinya nanti sore.

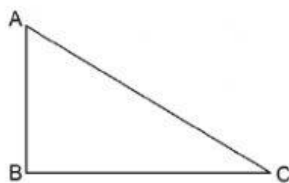
Dia sedang memperkirakan berapa meter tinggi tiang tersebut. Gono memandang puncak tiang, dengan sudut elevasi 75° . Dia berdiri sejauh 2 m dari tiang. Tinggi badan Gono sendiri 1,8 m. Bantulah Gono memperkirakan tinggi tiang panjat pinang tersebut!

INGAT KEMBALI

Di kelas X, kalian sudah mempelajari materi perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, nilai trigonometri sudut istimewa dan nilai trigonometri sudut berelasi.

Masih ingat kan?

Perhatikan gambar segitiga ABC berikut.



$$\sin = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$$

$$\cos = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$$

$$\tan = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$$

Isilah perbandingan trigonometri berikut dengan jawaban yang tepat!

$$\sin A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\cos A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\tan A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\sin C = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\cos C = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\tan C = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

Nah sekarang, di kelas XI kalian akan mempelajari rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut sinus dan cosinus. Kalian dapat menentukan nilai dari $\sin 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, atau $\tan 60^\circ$ dengan mudah. Sekarang bagaimana apabila kita ingin mencari nilai dari $\sin 75^\circ$, $\cos 15^\circ$, atau $\tan 165^\circ$?

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, kita bisa menggunakan rumus jumlah dan selisih dua sudut. Seperti apa rumusnya?

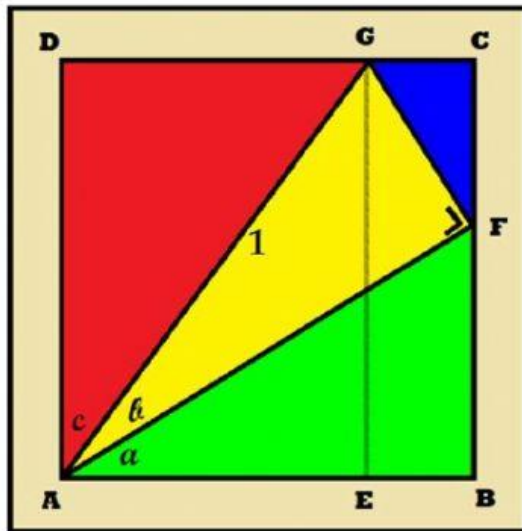
Mari kita cari bersama-sama.....

LITERASI

Sebagai bahan literasi, kalian bisa menyimak video berikut.

LET'S THINK..... !!!

Setelah menyimak video tersebut, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.



1. Perhatikan segitiga BAF . $\angle BAF = a$

Sisi depannya =

Sisi sampingnya =

Sisi miringnya =

2. Perhatikan segitiga FAG . $\angle FAG = b$

Sisi depannya =

Sisi sampingnya =

Sisi miringnya =

3. Perhatikan segitiga CFG . $\angle CFG = a$

Sisi depannya =

Sisi sampingnya =

Sisi miringnya =

4. Perhatikan segitiga EAG . $\angle EAG = \dots$

Sisi depannya =

Sisi sampingnya =

Sisi miringnya =

5. Perhatikan segitiga AFG , siku-siku di F .

Jika panjang $AG = 1$ dan $\angle FAG = b$.

Maka tentukan AF dan FG !

Dengan menggunakan perbandingan trigonometri didapatkan,

$$\cos b = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad \sin b = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\cos b = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad \sin b = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$AF = \boxed{} \quad FG = \boxed{}$$

6. Perhatikan segitiga ABF , siku-siku di B .

$\angle BAF = a$ dan $AF = \boxed{}$

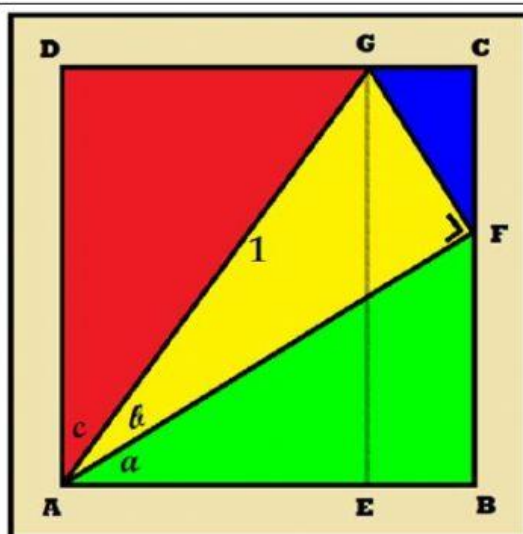
Maka tentukan AB dan FB !

Dengan menggunakan perbandingan trigonometri didapatkan,

$$\cos a = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad \sin a = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\cos a = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad \sin a = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$AB = \boxed{} \quad FB = \boxed{}$$



7. Perhatikan segitiga FCG , siku-siku di C .

$\angle CFG = a$ dan $FG =$

Maka tentukan FC dan GC !

Dengan menggunakan perbandingan trigonometri didapatkan,

$\cos a = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\sin a = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$
$\cos a = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\sin a = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$
$FC = $	$GC = $

8. Perhatikan segiempat $ABCD$, titik E pada AB dan G pada DC sedemikian hingga EG tegak lurus AB dan DC .

a. Apakah $EB = GC$?

Jika kalian sudah menemukan GC ,
maka $EB =$

b. AE dan EB berada pada AB ,
sedemikian hingga AE , EB , dan AB
berada pada satu garis lurus. Maka
 $AE =$

c. Dari no. 6 kalian sudah menemukan
 AB , dan dari no. 8.a kalian sudah
menemukan EB , maka tentukan AE !
 $AE =$

9. Titik F berada pada BC sedemikian
hingga BF dan FC berada pada satu
garis. Tentukan BC !

$BC =$

Apakah $BF = FB$?

Dari no. 6 kalian sudah mendapatkan
 FB , dan dari no. 7 kalian sudah
mendapatkan FC , maka tentukan BC !

$BC =$

10. Perhatikan segitiga EAG , jika $\angle BAF = a$ dan $\angle FAG = b$.

Tentukan :

a. $\angle EAG = \square + \square = \square + \square$

b. Lengkapi perbandingan trigonometri berikut :

$$\sin(a + b) = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\sin(a + b) = \square \square \square \square \square$$

$$\cos(a + b) = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\cos(a + b) = \square \square \square \square \square$$

$$\tan(a + b) = \frac{\square}{\square}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\square}{\square} \times \frac{\frac{1}{\cos a \cos b}}{\frac{1}{\cos a \cos b}}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\frac{\square}{\square} \square \frac{\square}{\square}}{\square}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\frac{\square}{\square} \square \frac{\square}{\square}}{\square}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\square \square \square}{\square \square \square \square}$$

$$\angle BAF \quad a \quad 1$$

$$\angle FAG \quad b \quad 1$$

$$EG \quad BC \quad AE$$

$$AG \quad AG \quad AG$$

$$AE \quad + \quad -$$

$$\cos \beta \quad \sin \alpha$$

$$\cos \alpha \quad \sin \alpha$$

$$\cos \alpha \quad \sin \beta$$

$$\sin \beta \quad \cos \beta$$

- c. Dari jawaban no. 10.b, dengan mengganti b dengan $-b$, serta relasi sudut :

$$\sin(-b) = -\sin b$$

$$\cos(-b) = \cos b$$

$$\tan(-b) = -\tan b$$

Lengkapilah rumus selisih dua sudut berikut :

$$\begin{aligned}\sin(a - b) &= \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \cos(a - b) &= \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \tan(a - b) &= \frac{\boxed{} \boxed{} \boxed{}}{\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}}\end{aligned}$$

$\sin a$	$\cos a$	
$\cos a$	$\sin a$	
$\sin b$	$\cos b$	
$\cos b$	$\sin b$	
$\tan a$	$\tan b$	
$\tan a$	$\tan b$	
$-$	$-$	1
$+$	$+$	1

KESIMPULAN

Dari kegiatan yang telah kalian lakukan, kalian sudah menemukan identitas trigonometri yaitu rumus jumlah dan selisih dua sudut.

Sekarang pasangkanlah pernyataan di sebelah kiri dengan jawaban di sebelah kanan dengan menarik garis dari pernyataan ke jawaban yang tepat!

- | | |
|-----------------------|---|
| $\sin(a + b) = \dots$ | ☐ $\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$ |
| $\sin(a - b) = \dots$ | ☐ $\sin a \cdot \cos b + \cos a \sin b$ |
| $\cos(a + b) = \dots$ | ☐ $\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$ |
| $\cos(a - b) = \dots$ | ☐ $\cos a \cos b + \sin a \sin b$ |
| $\tan(a + b) = \dots$ | ☐ $\sin a \cdot \cos b - \cos a \sin b$ |
| $\tan(a - b) = \dots$ | ☐ $\cos a \cos b - \sin a \sin b$ |

CONTOH SOAL

Isilah kotak-kotak dibawah ini dengan mengedrag pilihan jawaban di sebelah kanan ke kotak yang tepat!

1. Hitunglah nilai $\sin 75^\circ$!

Penyelesaian :

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\sin 75^\circ = \boxed{} \boxed{} + \boxed{} \boxed{}$$

$$\sin 75^\circ = \boxed{} \boxed{} + \boxed{} \boxed{}$$

$$\sin 75^\circ = \boxed{} + \boxed{}$$

$$\sin 75^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 45^\circ$$

$$\sin 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ$$

$$\cos 45^\circ$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$\frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

2. Hitunglah nilai $\cos 15^\circ$!

Penyelesaian :

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$$

$$\cos 15^\circ = \boxed{} \boxed{} + \boxed{} \boxed{}$$

$$\cos 15^\circ = \boxed{} \boxed{} + \boxed{} \boxed{}$$

$$\cos 15^\circ = \boxed{} + \boxed{}$$

$$\cos 15^\circ = \boxed{}$$

$$\sin 45^\circ$$

$$\sin 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ$$

$$\cos 45^\circ$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{2}$$

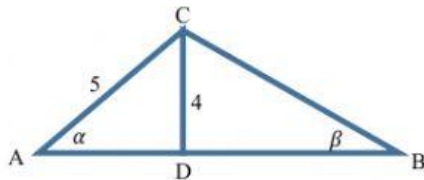
$$\frac{1}{4}\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$\frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

3. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi $AC = 5$ cm dan panjang sisi $AB = 7$ cm. Titik D terletak pada sisi AB sehingga garis CD tegak lurus pada garis AB dan panjang $CD = 4$ cm. Jika α menyatakan $\angle BAC$ dan β menyatakan $\angle ABC$. Tentukan nilai $\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$!

Penyelesaian :



- $AD = \sqrt{\quad} - \quad$
- $AD = \sqrt{\quad} - \quad$
- $AD = \sqrt{\quad} - \quad = \sqrt{\quad} = \dots$
- $BD = \quad - \quad$
- $BD = \quad - \quad = \dots$
- $\sin \alpha = \quad = \quad$
- $\cos \alpha = \quad = \quad$
- $BC = \sqrt{\quad} - \quad$
- $BC = \sqrt{\quad} - \quad$
- $BC = \sqrt{\quad} - \quad$
- $BC = \sqrt{\quad} = \dots$
- $\sin \beta = \quad = \quad = \dots$
- $\cos \beta = \quad = \quad = \dots$

- $\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
- $= \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$
- $= \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$
- $= \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$
- $= \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$
$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}$
$\frac{4}{10} \sqrt{2}$	$\frac{4}{10} \sqrt{2}$
$\frac{3}{10} \sqrt{2}$	$\frac{3}{10} \sqrt{2}$
$\frac{14}{10} \sqrt{2}$	$\frac{7}{5} \sqrt{2}$