

# LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

## KONSEP DAN SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI ALJABAR



Waktu 20 menit

Satuan Pendidikan : SMKN 1 Bulakamba  
Mata pelajaran : Matematika  
Kelas/ Semester : XII/ 1  
Materi pokok : Limit Fungsi Aljabar

Anggota Kelompok:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....

### Petunjuk

1. Jawablah setiap pertanyaan berikut dengan berdiskusi dengan temanmu.
2. Isilah titik-titik dengan jawaban yang benar.



### Kompetensi Dasar

- 3.30 Menentukan nilai limit fungsi aljabar.
- 4.30 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar.



### Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.30.1 **Menganalisis** sifat-sifat limit fungsi aljabar. **(C4)**
- 4.30.1 **Menyelesaikan** masalah yang berkaitan dengan konsep limit. **(P4)**



### Tujuan Pembelajaran

- 1) Setelah berdiskusi dan mengisi LKPD berbasis PBL, peserta didik mampu **menganalisis** sifat-sifat limit fungsi aljabar dengan tepat. **(C4)**

- 2) Setelah melakukan diskusi kelompok, peserta didik mampu **menyelesaikan** masalah yang berkaitan dengan sifat limit dengan benar. **(P4)**

## PERTEMUAN 2



### Ayo Menggali Pengetahuan Prasyarat

Bagaimana definisi limit fungsi aljabar di suatu titik?

.....

.....

.....

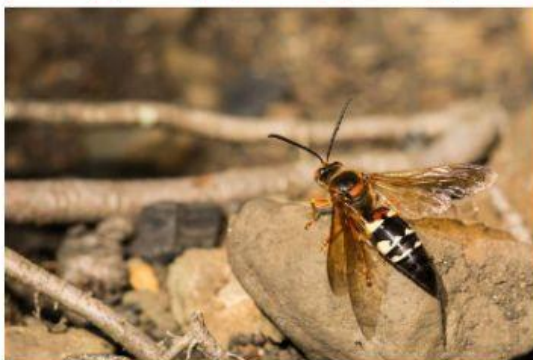
.....

Suatu fungsi dikatakan memiliki nilai limit di titik  $x$  jika

.....

.....

### SINTAK 1: Orientasi Masalah pada Peserta Didik



Seekor lebah diamati sedang hinggap di tanah pada sebuah lapangan. Pada keadaan dan interval waktu tertentu, misalkan lebah tersebut terbang mengikuti fungsi berikut.

$$f(x) = \begin{cases} -5t^2 + 10t, & \text{jika } 0 \leq t \leq 1 \\ 5, & \text{jika } 1 \leq t \leq 2 \\ -5t + 15, & \text{jika } 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$$

Bagaimana lintasan gerakan lebah pada waktu  $t = 1$  dan  $t = 2$ ?

**SINTAK 2: Mengorganisasi Peserta Didik dalam Belajar**

**Ayo membentuk kelompok belajar yang terdiri dari 4 orang.**  
**Kemudian diskusikan permasalahan di atas dan permasalahan lain yang disajikan pada LKPD ini. Isikan hasil diskusi kalian pada kolom jawaban yang sudah disediakan!**

**SINTAK 3: Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok****SIFAT 1****MASALAH 1**

Diketahui fungsi konstan  $f, g$ , dan  $h$  ditentukan oleh  $f(x) = 2$ ,  $g(x) = -3$ , dan  $h(x) = 15$ . Tentukan nilai  $f(x)$  pada saat  $x$  mendekati 3, nilai  $g(x)$  pada saat  $x$  mendekati 4, dan nilai  $h(x)$  pada saat  $x$  mendekati  $-3$ !

**Tahap Penyelidikan:**

1. Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Tabel 1. Nilai  $f(x) = 2$  untuk sebaran  $x$  sekitar 3

$x$	2	2,2	...	...	2,99	2,999	...	3	3,001	3,001	...	...	3,5	4
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tabel 2. Nilai  $g(x) = -3$  untuk sebaran  $x$  sekitar 4

$x$	3	3,2	...	...	3,99	...	...	4	4,001	4,001	...	...	4,8	5
$g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. Amatilah baris nilai fungsi, apakah ada nilai fungsi yang muncul dan dekat dengan nilai tertentu selain nilai konstan?

Jawab:

.....

3. Nyatakan pendekatan nilai  $f(x)$  konstan untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 3} 2 = \dots$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 4} (\dots) = \dots$



Jadi, jika  $f(x) = k$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $k$  dan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow \dots} \dots = \dots$$

**SIFAT 2**

**MASALAH 2**

Diketahui fungsi  $f(x) = x$ . Tentukan nilai  $f(x)$  pada saat  $x$  mendekati 2, 4, dan -6.

**Tahap Penyelidikan:**

1. Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Tabel 3. Nilai  $f(x) = x$  untuk sebaran  $x$  sekitar 2

$x$	1,3	1,5	...	...	...	...	...	2	...	...	...	...	2,8	3
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tabel 4. Nilai  $f(x) = x$  untuk sebaran  $x$  sekitar 4

$x$	3,3	3,7	...	...	3,99	...	...	4	4,001	4,001	...	...	4,8	5
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. Amatilah nilai  $f(x)$  untuk setiap nilai  $x$  mendekati suatu bilangan  $c$ , apakah ada nilai  $f(x)$  yang muncul selain nilai  $c$ ?

Jawab:.....

3. Nyatakan pendekatan nilai  $f(x)$  untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 2} x = \dots$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 4} (\dots \dots \dots) = \dots$

4. Jadi, jika  $f(x) = x$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow \dots} \dots = \dots$$

**SIFAT 3**

**MASALAH 3**

Diketahui fungsi  $f(x) = kx$  dengan  $k$  adalah bilangan konstan. Tentukan nilai  $f(x)$  pada saat  $x$  mendekati 3.

**Tahap Penyelidikan:**

1. Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Misalkan ditentukan  $k = -1, 1, 2$ , dan  $3$ .

Tabel 5. Nilai  $f(x) = kx$  untuk sebaran  $x$  sekitar  $3$

$x$	2,3	2,5	...	...	...	...	...	3	3,0001	...	...	...	3,8	4
$-f(x) = -x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) = x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$2f(x) = 2x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. Amatilah nilai pendekatan  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati  $3$  dari setiap nilai  $k$  yang ditentukan!
3. Nampak bahwa nilai pendekatan fungsi  $-f(x)$  adalah ... kali lipat nilai pendekatan  $f(x)$ .  
Nampak bahwa nilai pendekatan fungsi  $2f(x)$  adalah ... kali lipat nilai pendekatan  $f(x)$ .
4. Nyatakan pendekatan nilai  $f(x) = kx$  untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 3} -f(x) = -1 \times \dots$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 3} (\dots \dots \dots) = \dots$

Jadi, jika  $f(x) = x$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow \dots} k f(x) = \dots \times \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$$

**SIFAT 4**

**MASALAH 4**

Diketahui fungsi  $f(x) = x^2$  dan  $g(x) = 2x$ . Tentukan nilai  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $f(x) + g(x)$ , dan  $f(x) - g(x)$  pada saat  $x$  mendekati  $1$ .

**Tahap Penyelidikan:**

1. Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Tabel 6. Nilai  $f(x) = x^2$  dan  $g(x) = 2x$  untuk sebaran  $x$  sekitar  $1$

$x$	0,2	0,5	...	...	...	0,99	0,999	1	1,0001	...	...	...	1,8	2
$f(x) = x^2$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = 2x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

$f(x) + g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) - g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. Amatilah nilai pendekatan untuk  $x$  disekitar 1 dari setiap fungsi  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $f(x) + g(x)$ , dan  $f(x) - g(x)$ !

3. Apakah nilai pendekatan  $f(x) + g(x)$  menyatakan penjumlahan dari nilai pendekatan  $f(x)$  dan nilai pendekatan  $g(x)$ ?

Jawab: .....

4. Apakah nilai pendekatan  $f(x) - g(x)$  menyatakan pengurangan dari nilai pendekatan  $f(x)$  dan nilai pendekatan  $g(x)$ ? .....

5. Nyatakan pendekatan nilai  $f(x)$  untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = \dots$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots = \dots$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow \dots} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow \dots} (\dots \dots \dots) = \dots$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \dots} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow \dots} (\dots \dots \dots) = \dots$

6. Jadi, jika  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow \dots} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow \dots} \dots \pm \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$$

### SIFAT 5

### MASALAH 5

Diketahui fungsi  $f(x) = x$  dan  $g(x) = 2x - 1$ . Tentukan nilai  $f(x)$ ,  $g(x)$ , dan  $f(x) \cdot g(x)$  pada saat  $x$  mendekati 1.

### Tahap Penyelidikan:

1. Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Tabel 7. Nilai  $f(x)$ ,  $g(x)$  untuk sebaran  $x$  sekitar 1

$x$	0,2	0,5	...	...	...	0,99	0,999	1	1,0001	...	...	...	1,8	2
$f(x) = x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = 2x + 1$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) \cdot g(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...



- Amatilah nilai pendekatan untuk  $x$  disekitar 1 dari setiap fungsi  $f(x)$ ,  $g(x)$ , dan  $f(x).g(x)$ !
- Apakah nilai pendekatan  $f(x).g(x)$  menyatakan perkalian dari nilai pendekatan  $f(x)$  dan nilai pendekatan  $g(x)$ ? .....
- Nyatakan pendekatan nilai  $f(x)$  untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x = \dots$
- $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots = \dots$
- $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x).g(x)) = \lim_{x \rightarrow \dots} (\dots \dots \dots) = \dots$

- Jadi, jika  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\lim_{x \rightarrow \dots} (f(x).g(x)) = \lim_{x \rightarrow \dots} \dots \cdot \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$$

## SIFAT 6

### MASALAH 6

Diketahui fungsi  $f(x) = 4x + 2$  dan  $g(x) = 2x + 1$ . Tentukan nilai  $f(x)$ ,  $g(x)$ , dan  $\frac{f(x)}{g(x)}$  pada saat  $x$  mendekati 1.

#### Tahap Penyelidikan:

- Isilah nilai fungsi untuk setiap  $x$  yang diberikan.

Tabel 8. Nilai  $f(x)$ ,  $g(x)$  untuk sebaran  $x$  sekitar 1

$x$	0,2	0,5	...	...	...	0,99	0,999	1	1,0001	...	...	...	1,8	2
$f(x) = 4x + 2$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = 2x + 1$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\frac{f(x)}{g(x)}$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- Amatilah nilai pendekatan untuk  $x$  disekitar 1 dari setiap fungsi  $f(x)$ ,  $g(x)$ , dan  $\frac{f(x)}{g(x)}$ !
- Apakah nilai pendekatan  $\frac{f(x)}{g(x)}$  menyatakan pembagian dari nilai pendekatan  $f(x)$  dan nilai pendekatan  $g(x)$ ? .....
- Nyatakan pendekatan nilai  $f(x)$  untuk setiap sebaran  $x$  menggunakan notasi limit.

Jawab:

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \dots = \dots$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots = \dots$$

$$(iii) \quad \lim_{x \rightarrow \dots} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow \dots} ( \dots \dots \dots ) = \dots$$

5. Jadi, jika  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi yang mempunyai nilai limit pada  $x$  mendekati  $c$ , dengan  $c$  adalah bilangan real, maka

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \dots} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) &= \lim_{x \rightarrow \dots} \left( \frac{\dots}{\dots} \right) \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} \dots}{\lim_{x \rightarrow 1} \dots} \\ &= \frac{\dots}{\dots} \end{aligned}$$

#### SIFAT 7

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \lim_{x \rightarrow a} [ \dots ] \text{ (gunakan konsep eksponen)}$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\dots}_{n \text{ kali}} \dots \dots \dots \text{ (gunakan sifat 5)} \\ &\quad \underbrace{\dots}_{n \text{ kali}} \end{aligned}$$

$$= [ \dots ]^n$$

Jadi,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \dots$$

### SINTAK 4: Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

Setelah selesai mengisi jawaban dari setiap permasalahan, perwakilan kelompok dipersilakan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Anggota dari kelompok lain yang sedang tidak presentasi, silakan memberikan tanggapan atau pertanyaan.



## SINTAK 5: Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah



### AYO MENYIMPULKAN!

Misalkan  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi yang mempunyai limit pada  $x$  mendekati  $c$  dengan  $k$  dan  $c$  adalah bilangan real serta  $n$  adalah bilangan bulat positif, maka berlaku sifat-sifat limit:

1.  $\lim_{x \rightarrow c} k = \dots\dots\dots$
2.  $\lim_{x \rightarrow c} x = \dots\dots\dots$
3.  $\lim_{x \rightarrow c} (k \cdot f(x)) = \dots\dots\dots$
4.  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \pm g(x)] = \dots\dots\dots$
5.  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] = \dots\dots\dots$
6.  $\lim_{x \rightarrow c} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \dots\dots\dots$  dengan  $\dots\dots\dots \neq 0$
7.  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \dots\dots\dots$