



E-LKPD-3

Invers Matriks

Berordo 2×2

Ananda sekalian, apakah kalian tau bahwa sebuah angka ternyata memiliki kebalikan? Misalnya angka 5, kebalikan nya adalah $\frac{1}{5}$ atau bisa ditulis 5^{-1} . Inilah yang dinamakan dengan invers. Apakah invers berlaku juga pada matriks? Ya, tentu saja berlaku. Matriks yang bagaimana? Pada E-LKPD ini ananda akan mempelajari mengenai invers matriks berordo 2×2 beserta pengaplikasiannya.

Nama :
Kelas :
Sekolah :

Petunjuk Pengerjaan

Sebelum mengerjakan E-LKPD ini, baca dan pahami petunjuk pengerjaan berikut.

1. Lengkapilah data dirimu pada kotak yang telah disediakan (nama, kelas, sekolah).
2. Baca dan kerjakan setiap kegiatan pada E-LKPD dengan cermat.
3. Tulislah jawaban pada tempat atau kolom yang telah disediakan.
4. Bertanyalah kepada guru bila ada hal-hal yang kurang jelas atau mengalami kesulitan dalam mengerjakan E-LKPD.
5. Waktu pengerjaan yaitu selama 1 Jam Pelajaran.

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran dengan pendekatan saintifik berbantuan video dan E-LKPD peserta didik secara disiplin dan bertanggung jawab dapat:

1. Menentukan invers matriks berordo 2×2 .
2. Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan invers matriks berordo 2×2 dengan tepat.

●●● Ayo Mengamati! ●●●

Ananda sekalian, apakah sekolah kalian pernah mengadakan *study tour* ke objek wisata di suatu kota? Jika pernah, biasanya setelah *study tour* ananda diperbolehkan membeli oleh-oleh khas kota yang dikunjungi. Saat membeli oleh-oleh tersebut, terjadilah kegiatan jual beli. Dalam matematika, sering ditemui masalah yang berkaitan dengan kegiatan jual beli seperti masalah 3 dibawah ini. Untuk menyelesaikannya ananda dapat menggunakan invers matriks.

Cermati masalah berikut ini!

MASALAH 3

Dengan menggunakan bus, siswa kelas XI SMA Negeri 1 Pekanbaru melakukan *study tour* ke salah satu objek wisata di Kepulauan Meranti yaitu Telaga Air Merah. Saat hendak pulang, bus berhenti di gerai oleh-oleh khas Kepulauan Meranti. Ternyata, sedang ada promo kue bingke durian dan kue bangkit sagu.



GAMBAR 1 KUE BINGKE DURIAN DAN KUE BANGKIT SAGU

Mei membeli 2 kotak kue bingke durian dan 3 kotak kue bangkit sagu dengan harga Rp95.000,-. Sedangkan Nadya membeli 3 kotak kue bingke durian dan 4 kotak kue bangkit sagu dengan harga Rp135.000,-. Jika Oliv membeli 1 kotak kue bingke durian dan 1 kotak kue bangkit sagu, maka berapakah uang yang harus dikeluarkan Oliv?

○●● **Ayo Menanya dan Mengumpulkan Informasi!** ●●○

Setelah mengamati masalah 3, silakan anda kumpulkan informasi pada kegiatan 1 berikut untuk menyelesaikan masalah 3.

KEGIATAN 1

1. Kue apa yang sedang promo?

Jawab: _____

2. Apa saja yang dibeli oleh Mei dan berapa total uang yang dikeluarkannya?

Jawab: _____

3. Apa saja yang dibeli oleh Nadya dan berapa uang yang dikeluarkannya?

Jawab: _____

4. Apa saja yang dibeli Oliv?

Jawab: _____

5. Bagaimana cara kamu menentukan uang yang dikeluarkan Oliv untuk semua kue yang dibelinya? Apakah ada cara lain selain cara yang biasa kamu gunakan?

Jawab: _____

Dengan informasi yang sudah ananda temukan pada kegiatan 1, sekarang silakan ananda selesaikan masalah 3 melalui kegiatan berikut.

KEGIATAN 2



Petunjuk 1

Ingat kembali materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). Buatlah SPLDV dari masalah 3

Membuat Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Misalkan:

Harga satu kotak kue bingke durian adalah x

Harga satu kotak kue bangkit sagu adalah y

Jika **persamaan 1** merupakan model matematika dari jumlah kue yang dibeli Mei beserta total uang yang dikeluarkannya dan **persamaan 2** merupakan model matematika dari jumlah kue yang dibeli Nadya beserta total uang yang dikeluarkannya maka persamaan matematikanya yaitu: (ketik model matematika pada kotak dibawah ini!)

Persamaan 1:

Persamaan 2:

Sistem persamaan linier dua variabel (SPLDV) merupakan suatu persamaan matematika yang terdiri atas dua persamaan linear yang masing-masing bervariasi dua. Apabila **persamaan 1** dan **persamaan 2** disatukan akan membentuk sebuah SPLDV yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut: (ketik ulang persamaan 1 dan persamaan 2!)

$$\begin{cases} \dots \text{persamaan 1} \\ \dots \text{persamaan 2} \end{cases}$$

Petunjuk 2



Ubah SPLDV menjadi bentuk matriks

Mengubah SPLDV ke bentuk matriks

Apabila diketahui Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Maka, SPLDV tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Sehingga, **SPLDV yang telah ditemukan pada petunjuk 1** apabila diubah kedalam bentuk matriks menjadi:

$$\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$



Petunjuk 3

SPLDV dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi, atau gabungannya. Masalah 3 juga dapat diselesaikan dengan menggunakan **invers matriks**.

Bagaimana cara menyelesaikan SPLDV dengan menggunakan invers matriks? Untuk mengetahuinya silakan anda baca dan pahami informasi definisi invers matriks dan langkah-langkah penyelesaian SPLDV dengan invers matriks.

DEFINISI DAN RUMUS INVERS MATRIKS

Pada aljabar bilangan, jika suatu bilangan dioperasikan dengan invers perkaliannya maka akan diperoleh unsur identitas (**bernilai 1**). Misalnya:

$$5 \times \frac{1}{5} = 1 \text{ atau } \frac{1}{5} \times 5 = 1$$

Konsep ini juga berlaku pada matriks. Ketika suatu matriks persegi **dikalikan** dengan **inversnya**, maka akan diperoleh **matriks identitas**.

$$AA^{-1} = I \text{ atau } A^{-1}A = I$$

$$\text{Ingat! } I_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ atau } I_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

RUMUS INVERS MATRIKS BERORDO 2×2

Jika terdapat matriks A berordo 2×2 dan matriks A **bukan** matriks singular.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Maka invers matriks A adalah:

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{\det A} \cdot \text{Adjoin } A \\ &= \frac{1}{ad - bc} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Matriks singular adalah matriks yang memiliki nilai determinan nol.

Adjoin dari matriks berordo 2×2 diperoleh dengan cara menukar elemen pada diagonal utama dan elemen pada diagonal sekunder dikalikan dengan (-1)

CARA MENYELESAIKAN SPLDU DENGAN INVERS MATRIKS

Misalkan A dan B adalah matriks yang memenuhi persamaan berikut.

$$A \cdot X = B \quad \dots\dots\dots(1)$$

Bagaimana cara menentukan matriks X ?

Salah satu sifat invers matriks adalah $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = I$. Sehingga, untuk menentukan matriks X , persamaan (1) dapat kita modifikasi menjadi:

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \quad \dots\dots\dots(\text{semua ruas dikalikan } A^{-1})$$

$$(A^{-1} \cdot A) \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$\dots \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$\mathbf{X = A^{-1}B} \quad \dots\dots\dots(\text{karena } I \cdot X = X)$$

Bagaimana cara menentukan matriks X jika diketahui matriks A dan B yang memenuhi persamaan $X.A = B$?

Misalkan A dan B adalah matriks yang memenuhi persamaan berikut.

$$A.X = B \dots\dots\dots(1)$$

Dengan menggunakan sifat $A.A^{-1} = I$, persamaan (1) dapat kita modifikasi menjadi:

$$X.A.A^{-1} = B.A^{-1} \dots\dots\dots(\text{alasannya karena : } \dots\dots\dots)$$

$$X.(A.A^{-1}) = B.A^{-1}$$

$$X \dots = B.A^{-1}$$

$$X = B.A^{-1} \dots\dots\dots(\text{alasannya karena : } \dots\dots\dots)$$

Agar ananda lebih memahami cara menentukan invers matriks ordo 2×2 dan penyelesaian SPLDV menggunakan invers matriks, silakan tonton video berikut dengan cara mengklik link berikut ini.

Link :

Ayo Menalar!

Setelah membaca informasi serta menonton video mengenai cara menentukan invers matriks 2×2 dan menyelesaikan SPLDV dengan menggunakan invers matriks, apakah ananda paham? Jika belum, tanyakan kepada guru yang bersangkutan apa yang kurang dipahami dan jika sudah silakan ananda lanjutkan menyelesaikan masalah 3 dengan menerapkan konsep invers matriks 2×2 !



Perhatikan!

Tulislah jawaban untuk masalah 3 di kertas dengan mengikuti langkah 1,2,3,4 dibawah ini, kemudian *scan* dan unggah dengan mengklik link yang sudah disediakan!

Langkah 1: *Copy* dan *paste* SPLDV dalam bentuk matriks yang ananda buat pada petunjuk 2

Langkah 2: Tentukan A^{-1} dengan menggunakan rumus invers matriks berordo 2×2

Langkah 3: Tentukan nilai x dan y dengan menggunakan persamaan matriks $X = A^{-1}.B$

Langkah 4: Tentukan harga satu kotak kue bingke durian dan harga satu kotak kue bangkit

Langkah 5: Tentukan jumlah uang yang harus dikeluarkan Oliv untuk semua pesanannya

Silakan klik *link* berikut untuk mengunggah jawaban untuk masalah 3

Link :

○●●● Ayo Mengkomunikasikan! ●●●○



Perhatikan!

Tulislah hasil penyelesaian E-LKPD mu secara cermat dan sistematis. Salah satu peserta didik akan dipilih untuk menyajikan hasil pengerjaan E-LKPD nya dan peserta didik lainnya menanggapi.

Silakan ananda analisis dan evaluasi mengenai definisi dan langkah-langkah menyelesaikan masalah SPLDV menggunakan invers matriks berordo 2×2 dari kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan. Bandingkanlah jawabanmu dengan jawaban teman yang telah menyajikan hasil penyelesaian E-LKPD nya dan tanggapan yang diberikan oleh teman-teman. Perbaiki dan lengkapi jawabanmu jika terdapat kesalahan, lalu tulis hasil kesimpulan pada kertas kemudian *scan* dan unggah dengan cara mengklik kotak yang sudah disediakan.

HESIMPULAN

Setelah melakukan beberapa kegiatan pembelajaran, mari sama-sama kita menyimpulkan mengenai pembelajaran hari ini!

1. Apa itu invers matriks?
2. Tuliskan notasi dari invers matriks A!
3. Apabila diketahui $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka tentukanlah rumus dari invers matriks A!
4. Tuliskan langkah-langkah menyelesaikan permasalahan SPLDV menggunakan konsep invers matriks berordo 2×2 !

Klik kotak ini untuk mengunggah hasil kesimpulan yang telah ananda tulis dikertas

Latihan

1. Tentukan invers matriks dibawah ini dan pilihlah mana yang bukan matriks singular!

$$P = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 14 & 7 \end{pmatrix} \text{ dan } Q = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Tentukan nilai x dan y dari SPLDV berikut!

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 5x + 9y = 0 \end{cases}$$

3. Zizah sedang menjalani program diet. Untuk mendapatkan tubuh yang proporsional diperlukan olahraga yang teratur dan asupan nutrisi yang baik melalui makanan kaya protein. Zizah berolahraga dipagi hari. Setelah berolahraga, zizah dianjurkan oleh dokter untuk memakan 2 butir telur ayam rebus dan 1 gelas susu sapi murni dengan total kandungan proteinnya 34 gram. Atau boleh juga dengan sarapan 2 butir telur ayam rebus dan 1,5 gelas susu sapi murni dengan total protein 38 gram. Hitunglah berapa kandungan protein dalam sebutir telur rebus dan segelas susu sapi murni!

Tulis jawaban pada kertas lalu scan dan klik kotak ini untuk mengunggah jawaban nomor 1,2 dan 3