

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Instrucciones: completa los espacios en blanco para hallar la solución a cada ecuación.

1. Resuelve $|x| = 3$

$$|x| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ x = \end{cases}$$

Es decir, las soluciones están dadas por el siguiente conjunto de números:

$$S = \{ \quad , \quad \}$$

2. Resuelve $|x - 3| = 1$

$$|x - 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = \\ x - 3 = \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ x = \end{cases}$$

El conjunto de soluciones está dado entonces por:

$$S = \{ \quad , \quad \}$$

3. Resuelve $x + |x - 2| = 3$

Despejamos en un miembro los elementos que están bajo el valor absoluto:

$$x + |x - 2| = 3 \Leftrightarrow |x - 2| = 3 - x$$

$$|x - 2| = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 - \\ x - 2 = -(\quad - x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \\ -2 = \end{cases} \Leftrightarrow x = -$$

$$S = \left\{ - \right\}$$

4. Resuelve $2 \cdot |x - 1| = 4 - x$

Los términos bajo el valor absoluto se dejan en un miembro y los demás en otro. La ecuación inicial se reescribe como dos ecuaciones lineales y se despejará x :

$$2 \cdot |x - 1| = 4 - x \Leftrightarrow |x - 1| = \frac{4 - x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{4 - x}{2} \\ x - 1 = -\frac{4 - x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 4 - x \\ 2x - 2 = -4 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = - \\ x = - \end{cases}$$

$$S = \{-, -\}$$

5. Resuelve $\left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| = 2$

En general siempre hay que dejar en un miembro el término del valor absoluto y después resolver las dos ecuaciones lineales de una incógnita que resultan de la ecuación de este tipo de problemas. En nuestro caso ya está todo preparado para reescribir la ecuación de valor absoluto:

$$\left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x - 1}{x + 1} = 2 \\ \frac{x - 1}{x + 1} = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \cdot (x + 1) \\ x - 1 = -2 \cdot (x + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2x + 2 \\ x - 1 = -2x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = - \\ x = - \end{cases}$$

$$S = \{-, -\}$$

