

Квадратно уравнение

Квадратно уравнение: Уравнение от вида $ax^2 + bx + c = 0$, където a , b и c са реални числа и $a \neq 0$.

Непълно квадратно уравнение, $a \neq 0$	Корени на уравнението	Примери
$ax^2 = 0$	Единствен корен $x = 0$.	$6x^2 = 0, x = 0$
$ax^2 + c = 0, c \neq 0$	Ако a и c имат различни знаци има два корена: $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$.	а) $4x^2 - 25 = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{25}{4}}, x_{1,2} = \pm \frac{5}{2}$ б) $-3x^2 + 21 = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{21}{3}}, x_{1,2} = \pm \sqrt{7}$
	Ако a и c са с един и същ знак, няма реални корени.	$2x^2 + 5 = 0; 2x^2 = -5$ Няма реални корени ($2x^2 \geq 0$ за всяко x).
$ax^2 + bx = 0, b \neq 0$ $x(ax + b) = 0$	Два корена: $x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{b}{a}$.	$5x^2 + 45x = 0, x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{45}{5} = -9$

Задача 1 Решете непълните квадратни уравнения. Срецу всеки от посочените отговори изберете подточка, съответстваща на самото уравнение.

Решете уравнението.

а) $\sqrt{3}x^2 = 0$ б) $2y^2 = 288$ в) $3x^2 + 7 = 0$ г) $7z^2 - 3 = 0$ д) $6x^2 = 48x$

$x_1 = 0, x_2 = 8$

няма реални корени

$x = 0$

$x_{1/2} = \pm 12$

$x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{21}}{7}$

Пълно квадратно уравнение $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$		
Дискриминанта $D = b^2 - 4ac$	Корени на уравнението	Примери
$D > 0$	Два различни корена: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$3x^2 + x - 2 = 0$ $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6}$ $x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{3}$

Изгледайте видеото. Припомнете си как се решават квадратни уравнения. Препишете всички разгледани задачи.

Задача 2 Решете пълните квадратни уравнения като попълните съответните полета.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

$a = \square$, $b = \square$, $c = \square$

$D = \square^2 - 4 \cdot \square \cdot (\square)$

$D = \square$, $\sqrt{D} = \square$

$x_1 = \frac{-\square - \square}{2 \cdot \square} = \square$

$x_2 = \frac{-\square + \square}{2 \cdot \square} = \square$

б) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$a = \square$, $b = \square$, $c = \square$

$D = \square^2 - 4 \cdot \square \cdot (\square)$

$D = \square$, $\sqrt{D} = \square$

$x_1 = \frac{-\square - \square}{2 \cdot \square} = \square$

$x_2 = \frac{-\square + \square}{2 \cdot \square} = \square$

Формули на Виет:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ и } x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$5x^2 + 13x + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{13}{5} \text{ и } x_1 x_2 = \frac{4}{5}$$

Задача 3 Приложете формулите на Виет и без да решавате определете корените на уравненията.

Свържете числата с уравнението, на което те са корени.

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 + \sqrt{3} \text{ и } 1 - \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$-5 \text{ и } 3$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$-2\sqrt{3} \text{ и } \sqrt{3}$$

$$x^2 + \sqrt{3}x - 6 = 0$$

$$-\sqrt{9} \text{ и } 5$$

Разлагане на квадратния тричлен на множители:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$3x^2 + x - 2 = 0; x_1 = -1 \text{ и } x_2 = \frac{2}{3}$$

$$3x^2 + x - 2 = 3(x + 1)\left(x - \frac{2}{3}\right) = (x + 1)(3x - 2)$$

Изгледайте видеото и препишете разгледания пример.

Задача 4 Като използвате намерените корени на квадратните уравнения в задача 2, разложете квадратните тричлени на линейни множители.

а) $x^2 + 4x - 21 = (\dots\dots\dots) \cdot (\dots\dots\dots)$

б) $2x^2 + 5x - 3 = (\dots\dots\dots) \cdot (\dots\dots\dots)$