Lembar Kegiatan Peserta Didik 3
(LKPD-3)

Sifat-sifat Limit Fungsi
(Bagian 2)

Nama :

Kelas :

Setelah mengikuti pembelajaran ini, kamu diharapkan dapat menentukan eksistensi limit fungsi aljabar di suatu titik menggunakan sifat limit fungsi, menentukan keberadaan limit fungsi dari grafik fungsi yang diberikan menggunakan sifat limit fungsi, dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar menggunakan sifat limit fungsi

Petunjuk :

1. Baca dan pahamilah LKPD-3 dengan teliti, kemudian diskusikan dengan temanmu.
2. Isi dan jawablah pertanyaan pada LKPD-3 ini dengan tepat.
3. Jika ada yang kurang jelas, bertanyalah kepada guru.
4. Waktu yang disediakan untuk mengerjakan LKPD-3 ini adalah 50 menit.

LIVEWORKSHEETS

Stimulation

Ayo Mengamati

Sebelum memulai pembelajaran, tontonlah video berikut!

Setelah kamu menonton video di atas, apa yang kamu dapatkan tentang manfaat limit dalam kehidupan? Agar lebih jelas lagi tentang limit, ayo kerjakan *E*-LKPD berikut ini!

Problem Statement

Masalah 1:

Sebuah pesawat diamati akan mendarat di sebuah lapangan. Pada keadaan tinggi ($f(t)$) dan interval waktu (t) tertentu, misalkan tinggi pesawat tersebut mengikuti fungsi berikut :

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{t^2 + 25}{2t}, & jika\ 4 < t \leq 5 \\ \sqrt[3]{25t}, & jika\ 5 < t \leq 6 \end{cases}$$

Maka berapakah ketinggian pesawat tersebut pada saat t mendekati 5 sekon?.

LIVEWORKSHEETS

Untuk menjawab pertanyaan ini, kamu harus mengikuti pembelajaran berikut ya^^

Ayo Berdiskusi

Berdasarkan video dan informasi pada tahap stimulus yang telah diberikan, tulislah apa yang diketahui dan ditanya beserta jawaban sementaramu.

1. Diketahui

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

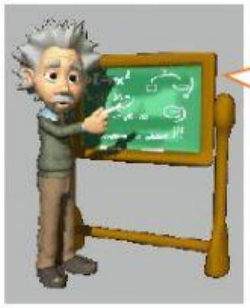
2. Ditanya

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

3. Perkiraan jawabanmu beserta alasannya

Data collecting

KEGIATAN : MENEMUKAN SIFAT LIMIT



Untuk menyelesaikan masalah 1 kita membutuhkan sifat-sifat limit. Untuk menemukan sifat-sifat limit, perhatikanlah penjelasan berikut ini!^^

LIVEWORKSHEETS

Pada pertemuan sebelumnya, kita telah mempelajari beberapa sifat limit fungsi beserta cara penulisannya. Berikut sifat limit fungsi lainnya ^^

Untuk memperoleh sifat-sifat limit fungsi, ikutilah uraian yang tersaji berikut dengan mengisi bagian yang kosong!

1. **Sifat 5**

   Pada sifat ini kita akan membahas limit jika terdapat dua fungsi yang dikalikan.

   Kita mulai dari contoh ya,

   Kita ambil $f(x) = 2x$ dan $g(x) = x - 1$, pada saat x mendekati 1, kita dapat menggunakan konsep limit fungsi sebelumnya (x mendekati 1 dari kanan dan x mendekati 1 dari kiri) yaitu sebagai berikut:

x	0,8	0,9	0,99	...	1	...	1,01	1,1	1,2
$f(x) = 2x$	1,6	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = x - 1$	$-0{,}2$	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x).g(x)$	$-0{,}32$	...	...	...	...	...	...	...	...

   Terlihat bahwa:

   $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} 2x = \cdots.$

   $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = \lim\limits_{x\to 1} x - 1 = \cdots.$

   $\lim\limits_{x\to 1}(f(x).g(x)) = \lim\limits_{x\to 1} 2x(x-1) = \cdots.$

   Sehingga dari fakta tersebut, dapat ditulis
   $$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}\big(f(x).g(x)\big) &= \lim_{x\to 1} 2x(x-1)\\ &= \lim_{x\to 1} 2x \,.\lim_{x\to 1}(x-1)\\ &= \lim_{x\to 1} f(x) \,.\lim_{x\to 1} g(x)\end{aligned}$$

   Secara induktif dapat ditulis dengan :

   $$\boldsymbol{\lim_{x\to a}\big(f(x).g(x)\big) = \lim_{x\to a} f(x) \,.\lim_{x\to a} g(x)}$$

2. **Sifat 6**

   Pada sifat ini kita akan membahas limit jika terdapat dua fungsi yang saling membagi.

   Kita mulai dari contoh ya, ambil $f(x)$ dan $g(x)$ pada sifat 5 maka untuk menentukan nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 2, yaitu sebagai berikut:

x	1,8	1,9	1,99	...	2	...	2,01	2,1	2,2
$f(x) = 2x$	3,6	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = x - 1$	0,8	...	...	...	...	...	...	...	...
$\dfrac{f(x)}{g(x)}$	4,5	...	...	...	...	...	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

Terlihat bahwa:

$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} 2x = \cdots.$

$\lim_{x\to 2} g(x) = \lim_{x\to 2}(x-1) = \cdots.$

$\lim_{x\to 2}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \lim_{x\to 2}\left(\frac{2x}{x-1}\right) = \cdots.$

Sehingga dari fakta tersebut, dapat ditulis $\lim_{x\to 2}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \lim_{x\to 2}\left(\frac{2x}{x-1}\right)$

$$= \frac{\lim_{x\to 2} 2x}{\lim_{x\to 2}(x-1)}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 2} f(x)}{\lim_{x\to 2} g(x)}.$$

Secara induktif dapat ditulis dengan :

$$\boldsymbol{\lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}, \quad \text{dengan } \lim_{x\to a} g(x) \neq 0}$$

3. **Sifat 7**

Pada sifat ini kita akan membahas limit jika fungsi $f(x)$ berpangkat n atau $[f(x)]^n$

Berdasarkan sifat 5, kita dapat menjabarkan sebagai berikut:

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \lim_{x\to a}[\underbrace{f(x).f(x).f(x)\ldots f(x)}_{n}]$$

$$= \underbrace{\lim_{x\to a} f(x) . \lim_{x\to a} f(x) . \lim_{x\to a} f(x) \ldots \lim_{x\to a} f(x)}_{n}$$

$$= \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$$

$$\therefore \lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$$

Sehingga, secara induktif dapat dituliskan dengan:

$$\boldsymbol{\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n, \quad n \in \mathbb{Z}}$$

LIVEWORKSHEETS

4. **Sifat 8**

Pada sifat ini kita akan membahas limit jika terdapat fungsi $f(x)$ berpangkat $\frac{1}{n}$ atau $\sqrt[n]{f(x)}$

Perhatikan uraian berikut:

Diketahui $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$

Jika dipilih $n = \dfrac{1}{n}$ maka $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{\frac{1}{n}} = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{\frac{1}{n}}$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$$

Secara induktif dapat dituliskan dengan:

$$\boldsymbol{\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}, \quad n \in \mathbb{Z}}$$

Contoh :

Dengan menggunakan sifat-sifat limit tunjukkan bahwa :

$$\lim_{x\to 2} x = \lim_{x\to 2} \sqrt[3]{x^3}$$

Penyelesaian :

Secara aljabar:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 2} x &= \lim_{x\to 2} \sqrt[3]{x^3} \\
&= \lim_{x\to 2} x^{\frac{3}{3}} \\
&= \lim_{x\to 2} x^1 \\
&= \lim_{x\to 2} x. \qquad \text{(terbukti)}
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi, maka diperoleh :

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 2} x &= \lim_{x\to 2} \sqrt[3]{x^3} \\
&= \sqrt[3]{\lim_{x\to 2} x^3} \quad \text{.... sifat 8} \\
&= \sqrt[3]{\left(\lim_{x\to 2} x\right)^3} \quad \text{.... sifat 7} \\
&= \left(\lim_{x\to 2} x\right)^{\frac{3}{3}} \\
&= \lim_{x\to 2} x. \qquad \text{(terbukti)}
\end{aligned}$$

LIVEWORKSHEETS

Agar ananda lebih memahami sifat-sifat limit fungsi, ayo tonton video berikut!

Data processing

Ayo Kita Menalar

Berdasarkan sifat limit yang telah kamu dapatkan pada kegiatan menemukan sifat-sifat limit fungsi, kita akan menyelesaikan masalah 1 yang ada pada tahap stimulus.

Penyelesaian Masalah

Buatlah penyelesaian yang sistematis dan lengkap untuk mencari ketinggian pesawat tersebut pada saat t mendekati 5 sekon!

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

LIVEWORKSHEETS

Verification

Dengan menggunakan konsep limit fungsi yang kamu dapatkan, jawabanmu untuk masalah pada tahap stimulus tentang kecepatan apel sesaat sebelum menyentuh kepala adalah:

Apakah jawabanmu sama dengan perkiraan jawabanmu?

Generalization

Mari Menyimpulkan

Buatlah kesimpulan pelajaran hari ini, diharapkan kamu dapat menyatakan ulang konsep yang sudah dipelajari dengan bahasamu sendiri dan jangan lupa mengirimnya (LKPD ini) ya^^

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

Ayo Berlatih

Bacalah soal berikut dengan cermat dan tuliskan jawabanmu pada tempat yang telah disediakan^^

1. Kecepatan helikopter mengudara dirumuskan dengan $v(t) = \frac{1}{2}t\left(\frac{t^2}{\sqrt[3]{16t}}\right)$. Percepatan helikopter tersebut saat waktu (t) mendekati empat sekon $(t = 4)$ adalah ... .

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

Menggunakan, Memanfaatkan, dan Memilih Prosedur atau Operasi Tertentu

LIVEWORKSHEETS

2. Tentukan limit berikut dengan menggunakan sifat-sifat limit, tulislah jawabanmu dengan lengkap!

a. $\lim\limits_{x \to 1} (3x^2 - 4)$

b. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x - 4}{x + 4}$

c. $\lim\limits_{x \to -1} (2x - 1)^4$

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

Menggunakan, Memanfaatkan, dan Memilih Prosedur atau Operasi Tertentu

3. Jika L, K adalah bilangan real dan $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L, \lim\limits_{x \to c} g(x) = K$ maka tentukan :

a. $\lim\limits_{x \to c} \dfrac{f^2(x) + L^2}{f^2(x) - L^2}$

b. $\lim\limits_{x \to c} \left(\dfrac{f(x) - g(x)}{f(x) + g(x)} \right)^2$

Tulislah jawaban kamu di kertas kemudian *Scan* dan *Upload* jawaban kamu di sini

Menyatakan Ulang Sebuah Konsep

LIVEWORKSHEETS