

e-LKPD

Elektronik Lembar Kerja Peserta Didik

Aturan Sinus dan Cosinus

UNTUK SMA KELAS X SEMESTER 2

Oleh:
Nor Hasanah



MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN

2022

1.1 Aturan Sinus

Kita telah mempelajari perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku di pembahasan sebelumnya. Pada sub bab ini, akan mempelajari cara menghitung salah satu sisi pada segitiga sebarang. Sebelum mempelajari materi tersebut, baca dan pahami dengan seksama permasalahan di bawah ini !

Permasalahan 1



Gambar 1. 1 Gambar Daerah Solo, Sawojajar dan Karimun Jawa pada Peta

Santi dan Sinta ingin pergi berlibur ke pulau Karimun Jawa. Santi bernagakat dari Solo menggunakan pesawat perintis, sedangkan Sinta berangkat dari Sawojajar menggunakan kapal. Kendaraan yang mereka tumpangi menggunakan sistem navigasi peta dan kompas modern. Posisi Karimun Jawa berada di Timur Laut kota Sawojajar dan berada di Utara Barat Laut Kota Solo. Kota Solo berada di Timur Menenggara kota Sawojajar. Kota Sawojajar ke Kota Solo berjarak 7 cm. tentukan jarak yang harus ditempuh oleh kapal yang

Informasi

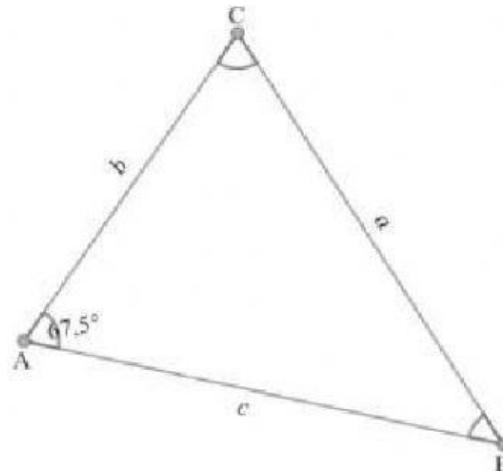
Permasalahan 1

- ❖ Misalkan kota Sawojajar sebagai titik A, kota Solo sebagai titik B, dan Karimun Jawa sebagai titik C.
- ❖ Karimun Jawa terletak dibagian **Timur Laut** kota Sawojajar, sedangkan kota Solo terletak di bagian **Timur Menenggara** kota Sawojajar.
- ❖ Sudut yang dibentuk oleh Timur Laut terhadap arah mata angin utama (U, S, T, B) adalah 45° , sedangkan sudut yang dibentuk oleh Timur Menenggara terhadap arah mata angin utama (U, S, T, B) adalah $22,5^\circ$.

Jadi, berdasarkan arah mata angin pada kompas, sudut yang dibentuk oleh CA dan AB adalah: $45^\circ + 22,5^\circ = 67,5^\circ$

- ❖ Tentukan besar sudut yang dibentuk AB dan BC berdasarkan posisi ketiga daerah tersebut dan arah mata angin yang diberikan! Kalian dapat menggunakan prosedur seperti penentuan sudut yang dibentuk CA dan AB.
- ❖ Tentukan besar sudut yang dibentuk oleh AC dan CB berdasarkan posisi ketiga daerah tersebut dan arah mata angin yang diberikan! Kalian dapat menggunakan prosedur seperti penentuan sudut yang dibentuk CA dan AB.
- ❖ Jarak kota Sawojajar ke kota Solo pada peta adalah 7 cm.
- ❖ Skala peta 1:4.000.000

Berdasarkan informasi sebelumnya, kita dapat mengilustrasikan permasalahan 1 ke dalam sebuah segitiga. Ilustrasi tersebut disajikan seperti berikut:



Gambar 1.2 Ilustrasi Permasalahan 1

Segitiga yang terbentuk dari ketiga titik tersebut adalah sebuah segitiga sama kaki, karena besar $\angle A$ sama dengan besar $\angle C$. penentuan panjang sisi menggunakan sinus dan cosinus tidak dapat dilakukan, karena segitiga yang terbentuk bukan segitiga siku-siku. Sehingga dibutuhkan cara lain untuk menyelesaiakannya. Kita dapat

menentukan panjang suatu sisi segitiga dengan menggunakan sisi lain dan sudut-sudut yang diketahui. Kita harus mengubah segitiga sama kaki di atas menjadi segitiga siku-siku dengan membuat garis tinggi dari setiap titik sudut segitiga.

Konsep 3

Garis tinggi suatu segitiga adalah garis yang dapat ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan tegak lurus rusuk di depannya

Perhatikan kembali gambar 1.4! Segitiga memiliki tiga titik sudut, sehingga berdasarkan **konsep 2** terdapat tiga garis tinggi yang dapat ditarik dari setiap titik sudut segitiga tersebut.

- a. Garis tinggi yang ditarik dari titik A

Garis tinggi yang ditarik dari titik A dapat dilihat pada gambar disamping!

Perhatikan $\triangle ABD$ dan $\triangle ACD$! Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan AD sebagai garis tinggi $\triangle ABC$. Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh bahwa:

$$\sin \angle B = \frac{AD}{AB}$$

$$AD = AB \times \sin \angle B$$

$$AD = c \times \sin \angle B \quad (1) \quad \text{Gambar 1.3 } \triangle ABD \text{ dengan Garis Tinggi AD}$$

$$\sin \angle C = \frac{AD}{AC}$$

$$AD = AC \times \sin \angle C$$

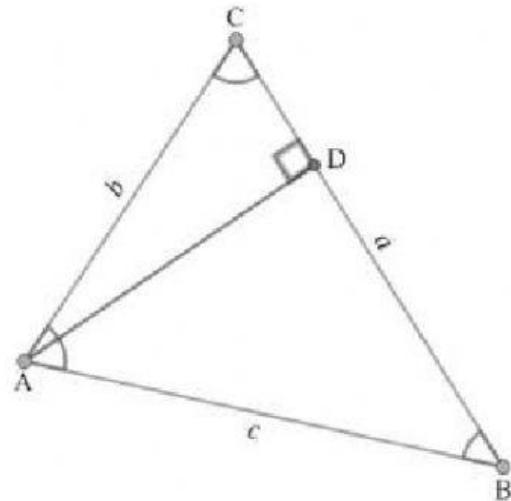
$$AD = b \times \sin \angle C \quad (2)$$

Substitusi AD pada persamaan (1) ke persamaan (2), sehingga diperoleh:

$$c \times \sin \angle B = b \times \sin \angle C \leftrightarrow \frac{c}{\sin \angle C} = \frac{b}{\sin \angle B} \quad (3)$$

- b. Garis tinggi yang ditarik dari titik B

Garis tinggi yang ditarik dari titik B dapat dilihat pada gambar dibawah ini



Perhatikan $\triangle ABE$ dan $\triangle BEC$! Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan BE sebagai garis tinggi $\triangle ABC$. Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh sebagai berikut:

$$\sin \angle A = \frac{\text{.....}}{\text{....}}$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle A$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle A$$

(4)

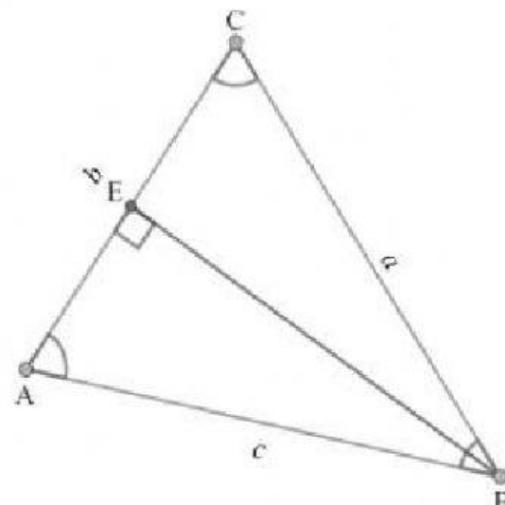
$$\sin \angle C = \frac{\text{.....}}{\text{....}}$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle C$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle C \quad (5)$$

Substitusi AD pada persamaan (4) ke persamaan (5), sehingga diperoleh:

$$\text{.....} \times \sin \angle A = \text{.....} \times \sin \angle C \leftrightarrow \frac{\text{.....}}{\sin \angle C} = \frac{\text{.....}}{\sin \angle A} \quad (6)$$



Gambar 1. 4 $\triangle ABC$ dengan Garis Tinggi BE

c. Garis tinggi yang ditarik dari titik C

Garis tinggi yang ditarik dari titik C dapat dilihat pada gambar disamping

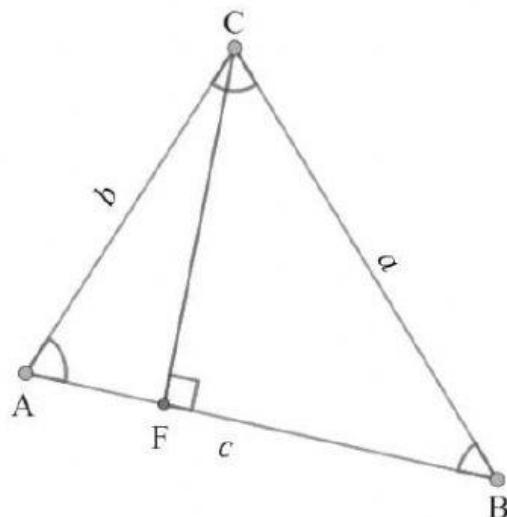
Perhatikan $\triangle ABF$ dan $\triangle BCF$! Panjang $AB = c$, panjang $BC = a$, panjang $AC = b$, dan CF sebagai garis tinggi $\triangle ABC$. Berdasarkan hasil tersebut, diperoleh sebagai berikut:

$$\sin \angle A = \frac{\text{.....}}{\text{....}}$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle A$$

$$\text{.....} = \text{.....} \times \sin \angle A \quad (7)$$

$$\sin \angle B = \frac{\text{.....}}{\text{....}}$$



Gambar 1. 5 $\triangle ABC$ dengan Garis Tinggi CF

$$\dots \dots = \dots \dots \times \sin \angle B$$

$$\dots \dots = \dots \dots \times \sin \angle B \quad (8)$$

Substitusi AD pada persamaan (7) ke persamaan (8), sehingga diperoleh:

$$\dots \dots \times \sin \angle A = \dots \dots \times \sin \angle B \leftrightarrow \frac{\dots \dots}{\sin \angle B} = \frac{\dots \dots}{\sin \angle A} \quad (9)$$

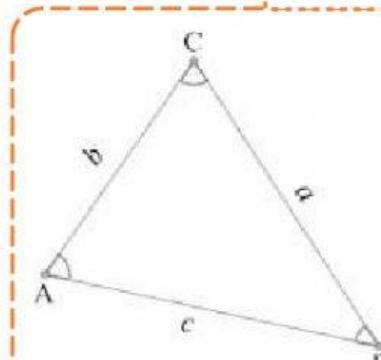
∴ Jadi, berdasarkan (3), (6), dan (9) maka diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\dots \dots}{\sin \angle A} = \frac{\dots \dots}{\sin \angle B} = \frac{\dots \dots}{\sin \angle C}$$

Pada segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya (sisi tegak) adalah a dan b , panjang sisi miring (hipotenusa) adalah c , berlaku:

Hubungan tersebut disebut **ATURAN SINUS**.

Konsep 4



Untuk setiap segitiga, dengan $BC = a$, $AC = b$,
dan $AB = c$, dengan $\angle A$, $\angle B$, dan $\angle C$, maka
berlaku:

ATURAN SINUS

$$\frac{\dots \dots}{\sin \angle A} = \frac{\dots \dots}{\dots \dots} = \frac{\dots \dots}{\dots \dots}$$

Gambar 1. 6 Gambar Segitiga Sebarang ABC

Selanjutnya, kita akan menyelesaikan **permasalah 1** dengan menggunakan aturan sinus. Penyelesaiannya tampak seperti berikut: ($\sin 45^\circ = 0,707$; $\sin 67,5^\circ = 0,924$)

$$\frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

$$\frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{7}{\sin 67,5^\circ}$$

$$\frac{b}{0,707} = \frac{7}{0,924}$$

$$b = \frac{7 \times 0,707}{0,924}$$

$$b = 5,356$$

Jarak kota Sawojajar ke Karimun Jawa pada peta adalah 50,309 cm.

Jarak kota Sawojajar ke Karimun Jawa sebenarnya adalah:

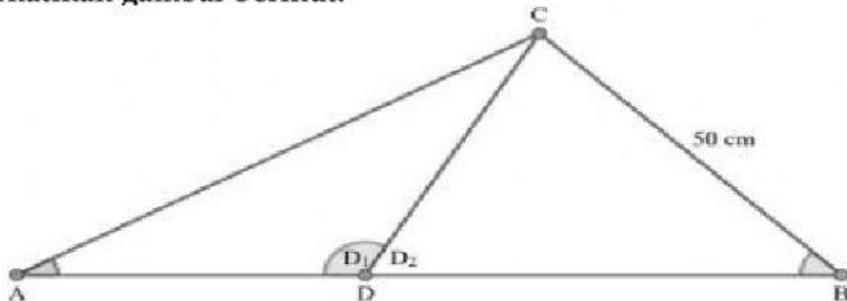
$$\begin{aligned}b_s &= b \times \text{skala} \\&= 5,356 \times 4000000 \\&= 21.424.000 \text{ cm} \\&= 214,240 \text{ km}\end{aligned}$$

- ❖ Jadi, jarak tempuh kapal yang ditumpangi budi dari kota Sawojajar ke Karimun Jawa adalah 214,240 km



Latihan 1

Perhatikan gambar berikut!



Diketahui: $\triangle ABC$

Gambar 1. 7 Gambar $\triangle ABC$

Titik D terletak pada ruas garis AB.

$BC = 50 \text{ cm}$.

$\angle ADC = \angle D_1$; $\angle BDC = \angle D_2$.

$\angle A = 30^\circ$; $\angle B = 45^\circ$; $\angle D_1 = 120^\circ$

Tentukan luas $\triangle ABC$ ($\sin 75^\circ = 0,966$)!

Penyelesaian 1

Segitiga di atas merupakan segitiga sebarang, sehingga luas segitiga dapat ditentukan dengan:

$$L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

Dengan:

$$\begin{aligned}s &: \frac{1}{2} \text{ keliling} \triangle ABC \\&: \frac{1}{2} (a + b + c) \\a &: \text{panjang } BC \\b &: \text{panjang } AC \\c &: \text{panjang } AB\end{aligned}$$

Penyelesaian 1

Berdasarkan informasi di atas, kita harus menentukan panjang AC dan panjang AB untuk menentukan luas ΔABC .

1. Menentukan panjang AC

Perhatikan ΔABC ! Kita akan menentukan panjang AC dengan aturan sinus, diperoleh:

$$\frac{AC}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{AC}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$AC = \frac{..... \times}{.....}$$

$$AC = \dots \dots$$

2. Menentukan panjang AB

$$AB = AD + BD$$

Perhatikan ΔADC ! Kita akan menentukan panjang AD dengan menggunakan konsep aturan sinus, diperoleh:

$$\frac{AD}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{.....}{.....} = \frac{..... \times}{.....}$$

$$\dots \dots = \dots \dots$$

Selanjutnya, kita akan menentukan panjang BD. Perhatikan ΔBDC ! Kita akan menentukan panjang BD dengan menggunakan konsep aturan sinus diperoleh:

$$\frac{BD}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{.....}{.....} = \frac{..... \times}{.....}$$

$$\dots \dots = \dots \dots$$

Jadi, panjang AB:

$$AB = \dots \dots$$

3. Jadi, luas ΔABC dapat ditentukan sebagai berikut:

$$L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

$$s = \frac{1}{2} (\dots \dots + \dots \dots + \dots \dots)$$

$$s = \dots \dots$$

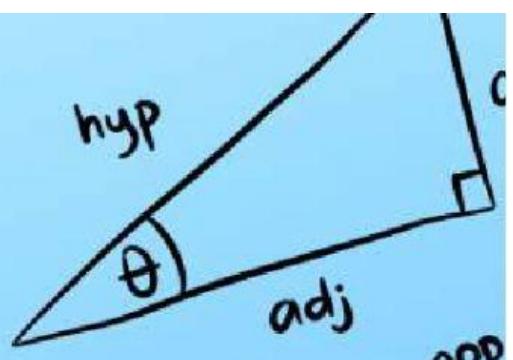
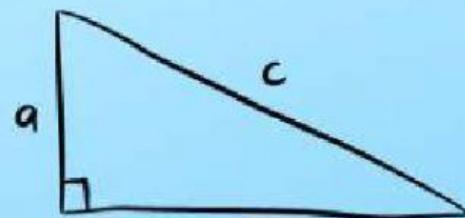
$$L = \sqrt{\dots \dots (\dots \dots - \dots \dots)(\dots \dots - \dots \dots)(\dots \dots - \dots \dots)}$$

$$= \sqrt{\dots \dots (\dots \dots)(\dots \dots)(\dots \dots)}$$

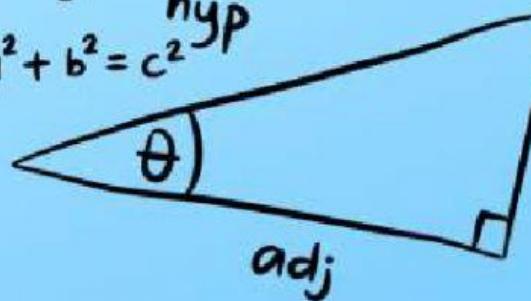
$$= \sqrt{\dots \dots} = \dots \dots$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\tan(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

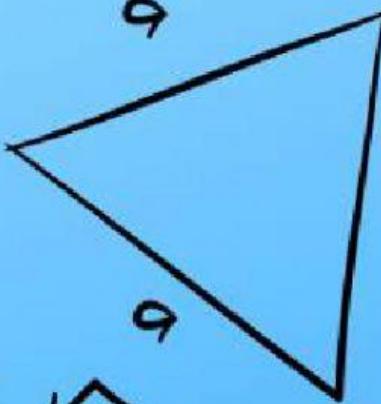
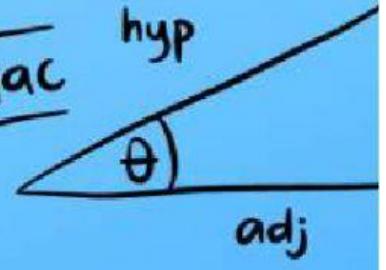
$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a + 0 = a$$

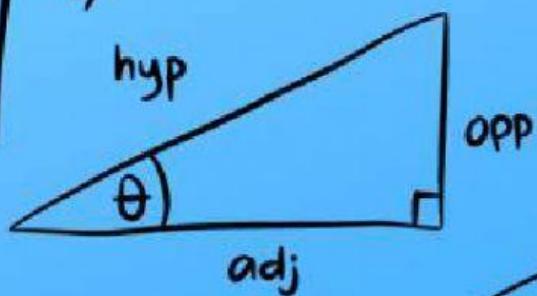
$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



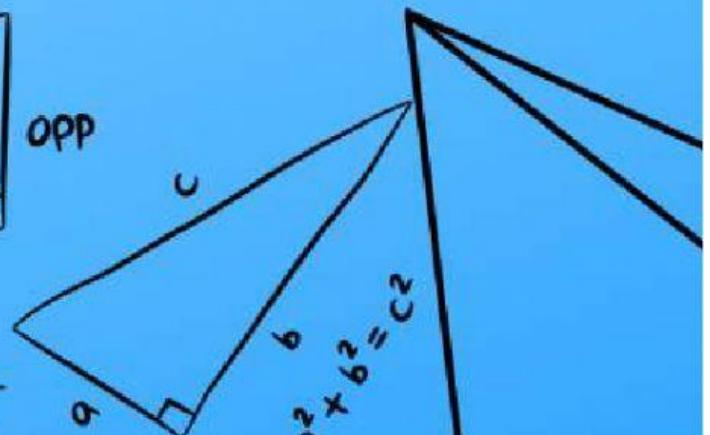
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$\cos(\theta) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$



$$b = b + a$$

$$\cos(\theta) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$



$$(y_2 - y_1)^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 0$$