Lembar Kerja Siswa (LKS) 3

PERBANDINGAN TRIGONOMETRI SUDUT ISTIMEWA

Nama Anggota : 1. Kelas :

2.

3.

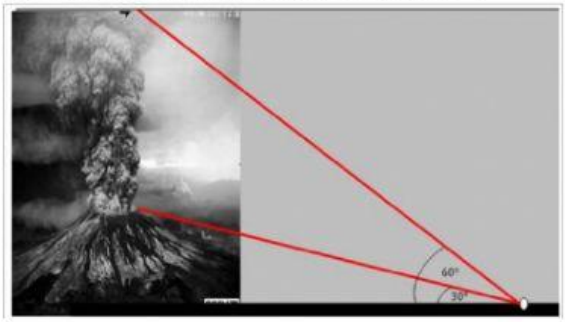
4.

Tujuan pembelajaran :

1. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudutsudut istimewa.
2. Menyelesaikan masalah nyata terkait perbandingan trigonometri dari sudut-sudut istimewa.
3. Terampil menerapkan konsep dan strategi pemecahan masalah yang relevan yang berkaitan dengan perbandingan trigonometri sudut-sudut istimewa.

Masalah 1

Pada tahun 2013 hingga awal tahun 2014 Gunung Sinabung di Kabupaten Karo, Sumatra Utara masih saja mengalami erupsi. Bahkan tercatat pada tanggal 4 Januari 2014, gunung tersebut mengalami erupsi sebanyak 30 kali dalam sehari. Terakhir kali gunung Sinabung mengalami erupsi dan mengeluarkan awan panas pada tanggal 23 Januari 2014. Seorang petugas PVMBG (Pusat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi) Sumatra Utara sedang mengamati ketinggian letusan awan panas gunung Sinabung pada hari tersebut. Puncak gunung terlihat pada sudut elevasi 30° sedangkan puncak letusan awan panas terlihat pada sudut elevasi 60°.



Jika tinggi gunung Sinabung adalah 2.460 meter, maka berapakah ketinggian letusan awan panas gunung tersebut?

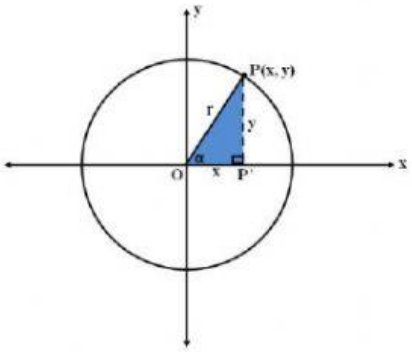
LIVEWORKSHEETS

Agar dapat menyelesaikan permasalahan di atas dengan mudah, kita harus mengetahui nilai perbandingan trigonometri sudut 60° serta 30°



Sebelum kita menentukan perbandingan trigonometri sudut istimewa, lengkapilah uraian mengenai perbandingan trigonometri berikut!

Perhatikan gambar berikut!



Berdasarkan gambar di atas dan definisi perbandingan trigonometri, maka diperoleh hubungan bahwa:

$\sin \alpha = \ldots$	$\sec \alpha = \ldots$
$\cos \alpha = \ldots$	$\csc \alpha = \ldots$
$\tan \alpha = \ldots$	$\cot \alpha = \ldots$

Dalam lingkaran satuan tersebut koordinat titik P berada dikuadran I sehingga koordinatnya adalah $\boldsymbol{P(x, y)}$ dan dapat dinyatakan sebagai $\boldsymbol{P(\cos \alpha, \sin \alpha)}$.

Setelah kita memahami uraian di atas, mari kita diskusikan mengenai perbandingan trigonometri sudut istimewa berikut!

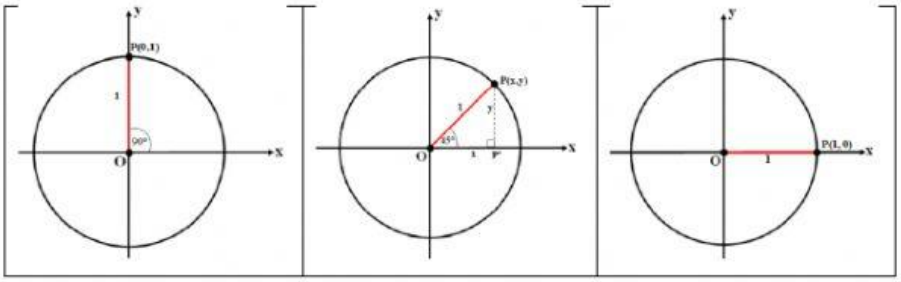
Nilai Perbandingan Trigonometri 0°

Untuk menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut $\mathbf{0}°$ ikutilah langkah-langkah berikut:

a. Buatlah sebuah lingkaran pada koordinat kartesius dengan jari-jari 1 satuan dan titik pusat O(0, 0).
b. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik P, dimana titik P berada di lingkaran dan garis OP membentuk sudut $\mathbf{0}°$ terhadap sumbu x dan titik P berada di koordinat (…,…).

LIVEWORKSHEETS

Tarik jawabanmu pada kolom berikut!



c. Karena titik P berada di koordinat $(\ldots,\ldots)$, maka berdasarkan pada definisi di atas $\boldsymbol{P}\,(\ldots,\ldots) = \boldsymbol{P(\cos 0°\ ,\ \sin 0°)}$. Sehingga perbandingan trigonometri untuk sudut 0° adalah:

$\sin 0° = \ldots$	$\csc 0° = \ldots$
$\cos 0° = \ldots$	$\sec 0° = \ldots$
$\tan 0° = \ldots$	$\cot 0° = \ldots$

Nilai Perbandingan Trigonometri 30°

Untuk menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut 30° ikutilah langkah-langkah berikut:

a. Buatlah sebuah lingkaran pada koordinat kartesius dengan jari-jari 1 satuan dan titik pusat $O(0,0)$.

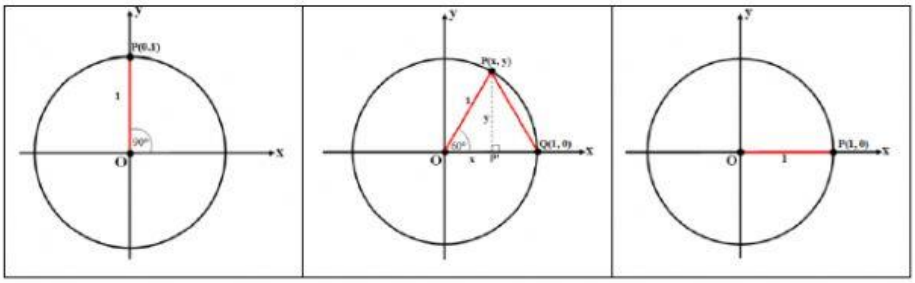
b. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik P, dimana titik P berada di lingkaran dan garis OP membentuk sudut 30° terhadap sumbu x sehingga titik P berada di koordinat (x,y).

c. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik Q, dimana titik Q berada di lingkaran dan garis OQ membentuk sudut -30° terhadap sumbu x. Sehingga koordinat titik Q adalah $(\ldots,\ldots)$.

LIVEWORKSHEETS

d. Tarik garis lurus dari titk P ke titik Q sehingga diperoleh sebuah garis PQ yang tegak lurus terhadap sumbu x dan P' adalah titik perpotongan antara kedua garis tersebut.

Tarik jawabanmu pada kolom berikut!



e. Berdasarkan pada gambar yang kamu buat, dapat diketahui bahwa $\angle OPQ = 60°$, sehingga segitiga OPQ merupakan sebuah segitiga sama sisi dengan $OP = OQ = PQ = 1$ satuan.

f. Berdasarkan gambar tersebut, dapat diketahui bahwa segitiga OPP' sebangun dengan segitiga OQP' dan keduanya merupakan segitiga siku-siku, sehingga $PP' = QP' =$ ... satuan, atau ordinat $y =$ ...

g. Dengan menerapkan Teorema Pythagoras pada segitiga OPP', dapat diketahui bahwa panjang OP' adalah

$$OP'^2 + PP'^2 = OP^2$$

$$\Leftrightarrow \quad (OP')^2 = \ldots - \ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots \quad \text{(substitusikan masing-masing nilainya)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad OP' = \ldots$$

$\boldsymbol{OP'}$ menyatakan absis dari titik P atau $x = \ldots$

LIVEWORKSHEETS

h. Berdasarkan poin g dan h di atas, dapat diketahui bahwa titik P berada di koordinat $(\ldots,\ldots)$, maka menurut definisi di atas $\boldsymbol{P}(\ldots,\ldots) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{cos}\,\mathbf{30°}, \boldsymbol{sin}\,\mathbf{30°})$.Sehingga perbandingan trigonometri untuk sudut 30° adalah:

$\sin 30° = \ldots$	$\csc 30° = \ldots$
$\cos 30° = \ldots$	$\sec 30° = \ldots$
$\tan 30° = \ldots$	$\cot 30° = \ldots$

Nilai Perbandingan Trigonometri 45°

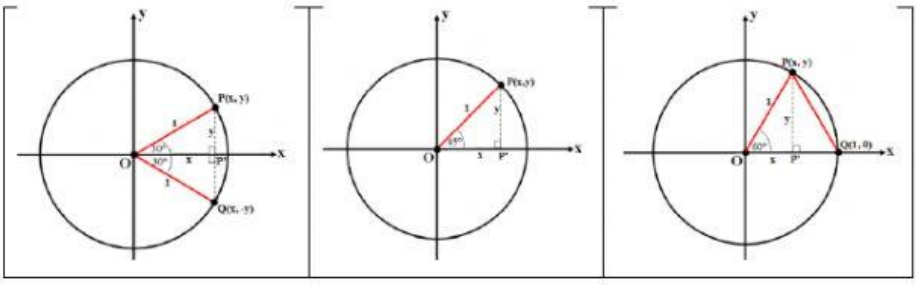
Untuk menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut 45° ikutilah langkah-langkah berikut:

a. Buatlah sebuah lingkaran pada koordinat kartesius dengan jari-jari 1 satuan dan titik pusat $O(0,0)$.

b. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik P, dimana titik P berada di lingkaran dan garis OP membentuk sudut 45° terhadap sumbu x sehingga titik P berada di koordinat (x,y).

c. Gambar sebuah garis lurus dari titik P ke titik P' sehingga garis PP' tegak lurus terhadap sumbu x.

Tarik jawabanmu pada kolom berikut!



LIVEWORKSHEETS

d. Berdasarkan pada gambar yang kamu buat, dapat diketahui bahwa $\angle POP' = 45°$, sehingga segitiga POP' merupakan sebuah segitiga sama kaki dengan $OP = OP'$ atau $x = y$.

e. Dengan menerapkan teorema Pythagoras pada segitiga OPP' dapat diperoleh:

$$OP'^2 + PP'^2 = OP^2$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots + \ldots = \ldots \quad \text{(substitusikan masing-masing nilainya)}$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots + \ldots = \ldots$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \ldots$$

Karena $\boldsymbol{x = y}$, maka $y = \ldots$

f. Jadi titik P berada pada koordinat $(\ldots, \ldots)$ dan menurut definisi di atas $P(\ldots, \ldots) = P(cos\ 45°,\ sin\ 45°)$. Sehingga perbandingan trigonometri untuk sudut 45° adalah:

$\boldsymbol{\sin 45° = \ldots}$	$\boldsymbol{\csc 45° = \ldots}$
$\boldsymbol{\cos 45° = \ldots}$	$\boldsymbol{\sec 45° = \ldots}$
$\boldsymbol{\tan 45° = \ldots}$	$\boldsymbol{\cot 45° = \ldots}$

Nilai Perbandingan Trigonometri 60°

Untuk menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut $60°$ **ikutilah langkah-langkah berikut:**

a. Buatlah sebuah lingkaran pada koordinat kartesius dengan jari-jari 1 satuan dan titik pusat $O(0, 0)$.

b. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik P, dimana titik P berada di lingkaran dan garis OP membentuk sudut $60°$ terhadap sumbu x sehingga titik P berada di koordinat (x, y).

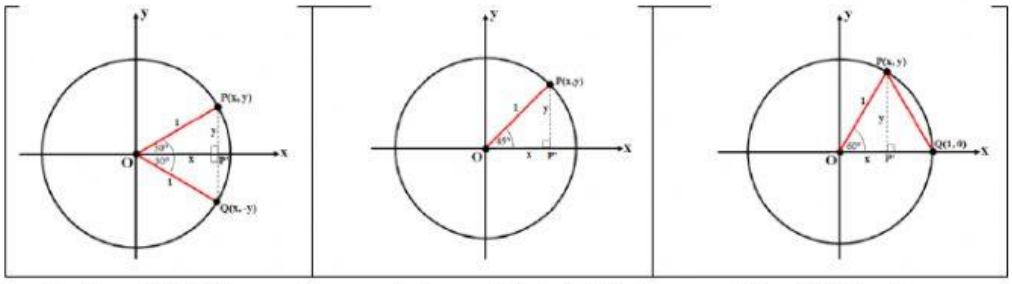
c. Tarik sebuah garis lurus dari titik O ke titik Q, dimana titik Q berada pada perpotongan lingkaran dengan sumbu x positif yaitu pada koordinat $(1, 0)$.

d. Hubungkan antara titik P dengan titik Q sehingga didapatkan garis PQ.

e. Berdasarkan pada gambar yang telah kamu buat, dapat diketahui bahwa $\angle POQ = 60°$, sehingga segitiga POQ merupakan sebuah segitiga sama sisi dengan $OP = OQ = PQ = \ldots$ satuan.

LIVEWORKSHEETS

Tarik jawabanmu pada kolom berikut!



f. Proyeksikan titik P ke sumbu x, sehingga diketahui bahwa segitiga $OP'P$ sebangun dengan segitiga $PP'Q$ dan keduanya merupakan segitiga siku-siku, sehingga $OP' = QP' =$ .. satuan, atau absis $x = \ldots$.

g. Dengan menerapkan Teorema Pythagoras pada segitiga $OP'P$, dapat diketahui bahwa panjang PP' adalah

$$OP'^2 + PP'^2 = OP^2$$
$$\Leftrightarrow \quad PP'^2 = \ldots - \ldots$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots \quad \text{(substitusikan masing- masing nilainya)}$$
$$\Leftrightarrow \quad \ldots = \ldots$$
$$\Leftrightarrow \quad P' = \ldots$$

$\boldsymbol{PP'}$ menyatakan ordinat dari titik P atau $y = \ldots$

h. Berdasarkan poin g dan h di atas, dapat diketahui bahwa titik P berada di koordinat $(\ldots,\ldots)$, maka menurut definisi di atas $P(\ldots,\ldots) = P(cos\ 60°, sin\ 60°)$. Sehingga perbandingan trigonometri untuk sudut 60° adalah:

sin 60° = . . .	**csc 60° = . . .**
cos 60° = . . .	**sec 60° = . . .**
tan 60° = . . .	**cot 60° = . . .**

LIVEWORKSHEETS

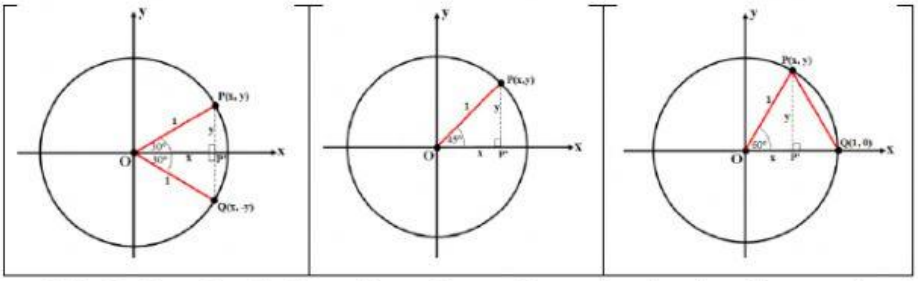
Nilai Perbandingan Trigonometri 90°

Untuk menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut 90° ikutilah langkah-langkah berikut:

a. Buatlah sebuah lingkaran pada koordinat kartesius dengan jari-jari 1 satuan dan titik pusat $O(0,0)$.

b. Gambar sebuah garis lurus dari titik O ke titik P, dimana titik P berada di lingkaran dan garis OP membentuk sudut 90° terhadap sumbu x dan titik P berada di koordinat $(\ldots,\ldots)$.

Tarik jawabanmu pada kolom berikut!



c. Karena titik P berada di koordinat $(\ldots,\ldots)$, maka berdasarkan pada definisi di atas $P\ (\ldots,\ldots) = P(cos\ 90^\circ, sin\ 90^\circ)$. Sehingga perbandingan trigonometri untuk sudut 90° adalah:

sin 90° = . . .	**csc 90° = . . .**
cos 90° = . . .	**sec 90° = . . .**
tan 90° = . . .	**cot 90° = . . .**

LIVEWORKSHEETS

Kesimpulan

Tulislah kesimpulanmu mengenai perbandingan trigonometri sudut-sudut istimewa pada kolom berikut!

Perbandingan Trigonometri Sudut Istimewa

Perbandingan Trigonometri	Sudut (α)				
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\tan \alpha$					
$\csc \alpha$					
$\sec \alpha$					
$\cot \alpha$					

LIVEWORKSHEETS