

Розв'язування задач. Рух тіл по похилій площині

1. З вершини похилої площини, висота якої 10 м, а кут нахилу до горизонту дорівнює 30° , починає зісковзувати брусок. Визначте з яким прискоренням спускається брусок. Скільки часу він спускатиметься і якою буде швидкість його руху в кінці спуску, якщо коефіцієнт тертя бруска об площину дорівнює 0,1.

Дано:

$h = 10 \text{ м}$

$\alpha = 30^\circ$

$\mu = 0,1$

$v_0 = 0$

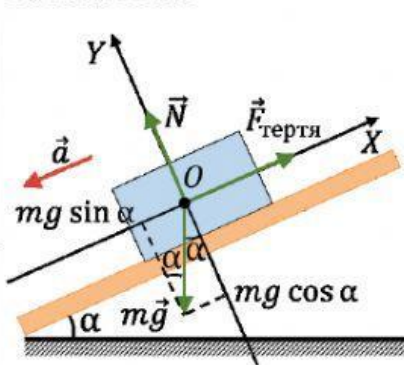
$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$a = ?$

$t = ?$

$v = ?$

Розв'язання



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{тертя}} + m\vec{g} + \vec{N} &= m\vec{a} \\ \begin{cases} OX: F_{\text{тертя}} - mg \sin \alpha = -ma \\ OY: -mg \cos \alpha + N = 0 \end{cases} \\ N &= mg \cos \alpha \\ F_{\text{тертя}} &= \mu N = \mu mg \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = -ma$$

$$a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad [a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = 10 \cdot (\sin 30^\circ - 0,1 \cdot \cos 30^\circ) \approx \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{s} \quad s = \frac{h}{\sin \alpha} \quad s = \frac{10}{\sin 30^\circ} = \quad (\text{м})$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

$$\begin{aligned} s_x &= s; \quad v_{0x} = 0; \quad v_x = -v; \quad a_x = -a \\ s &= \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{2as} \quad [v] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ v &= \sqrt{2 \cdot \quad \cdot \quad} \approx \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \end{aligned}$$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} \quad a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$[t] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{с} \quad t = \frac{14}{\quad} \approx \quad (\text{с})$$

2. З вершини похилої площини висотою 5 м і кутом нахилу до горизонту 45° починає зісковзувати тіло. Визначте швидкість тіла в кінці спуску, якщо коефіцієнт тертя тіла об поверхню площини дорівнює 0,19.

Дано:

$$h = 5 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

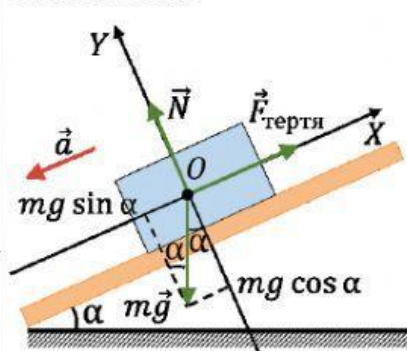
$$\mu = 0,19$$

$$v_0 = 0$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v = ?$$

Розв'язання



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{тертя}} + m\vec{g} + \vec{N} &= m\vec{a} \\ \begin{cases} OX: F_{\text{тертя}} - mg \sin \alpha = -ma \\ OY: -mg \cos \alpha + N = 0 \end{cases} \\ N &= mg \cos \alpha \\ F_{\text{тертя}} &= \mu N = \mu mg \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha &= -ma \\ a &= g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{\sin \alpha} \\ a_x &= \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2s_x} \end{aligned}$$

$$s_x = s; \quad v_{0x} = 0; \quad v_x = -v; \quad a_x = -a \quad a = \frac{v^2}{2s}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{\sin \alpha} \\ g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) &= \frac{v^2}{2h} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{2hg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\sin \alpha}}$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{1}} = \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10 (\sin 45^\circ - 0,19 \cdot \cos 45^\circ)}{\sin 45^\circ}} = \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right)$$

3. Вантаж масою 20 кг, який розташований на похилій площині, прив'язано до одного кінця шнура, перекинутого через блок, укріплений на вершині похилої площини. До іншого кінця того самого шнура підвішене тіло масою 4 кг. З яким прискоренням рухатимуться тіла, якщо кут нахилу площини дорівнює 30° , а коефіцієнт тертя становить 0,2?

Дано:

$$m_1 = 20 \text{ кг}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

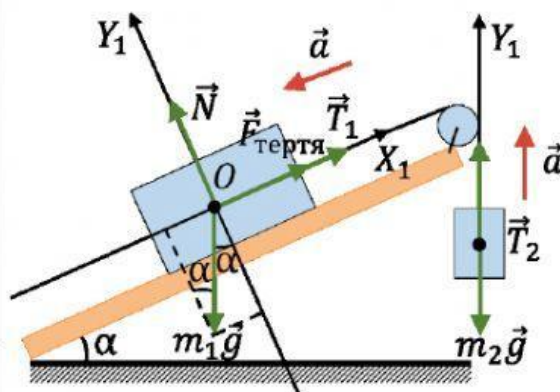
$$\alpha = 60^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = ?$$

Розв'язання



Для кожного тягара запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\begin{cases} m_1 \vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a} \\ m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} OX_1: -m_1 g \sin \alpha + F_{\text{тертя}} + T_1 = -m_1 a \\ OY_1: -m_1 g \cos \alpha + N = 0 \\ OY_2: -m_2 g + T_2 = m_2 a \end{cases}$$

$$N = m_1 g \cos \alpha \quad F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu m_1 g \cos \alpha$$

$$T_1 = T_2 = T$$

Розв'яжемо систему методом віднімання:

$$-m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha + T + m_2 g - T = -m_1 a - m_2 a$$

$$a = \frac{m_1 g (\sin \alpha - \cos \alpha) - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$[a] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \frac{20 \cdot 10 \cdot (\sin 60^\circ - \cos 60^\circ) - 4 \cdot 10}{20 + 4} \approx \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$