Chủ đề 2. SỐ PHỨC

(CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC)

1. KIẾN THỨC CƠ BẢN

a) Khái niệm số phức

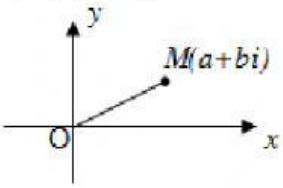
- Tập hợp số phức: $\mathbb{C}$
- Số phức (*dạng đại số*) : $z = a + bi$

  ($a, b \in R$, a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$)
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$)

  z là thuần ảo $\Leftrightarrow$ phần thực của z bằng 0 ($a = 0$)

  Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = a' + b'i \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \quad (a, b, a', b' \in \mathbb{R})$

b) Biểu diễn hình học: Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ hay bởi $\vec{u} = (a; b)$ trong mp(Oxy) (mp phức)



c) Cộng và trừ số phức:

- $(a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$
- $(a + bi) - (a' + b'i) = (a - a') + (b - b')i$
- Số đối của $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$
- $\vec{u}$ biểu diễn z, $\vec{u}'$ biểu diễn z' thì $\vec{u} + \vec{u}'$ biểu diễn $z + z'$ và $\vec{u} - \vec{u}'$ biểu diễn $z - z'$.

d) Nhân hai số phức :

- $(a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + ba')i$
- $k(a + bi) = ka + kbi \ (k \in R)$

e) Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\overline{z} = a - bi$

- $\overline{\overline{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \overline{z} \pm \overline{z'}$; $\overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z'}$; $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$; $z.\overline{z} = a^2 + b^2$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \overline{z}$; z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\overline{z}$

f) Môđun của số phức : $z = a + bi$

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\overline{z}} = |\overrightarrow{OM}|$
- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$, $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z.z'| = |z|.|z'|$ • $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$ • $\big||z| - |z'|\big| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$

g) Chia hai số phức:

- $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\overline{z} \ (z \neq 0)$ • $\dfrac{z'}{z} = z'z^{-1} = \dfrac{z'.\overline{z}}{|z|^2} = \dfrac{z'.\overline{z}}{z.\overline{z}}$ • $\dfrac{z'}{z} = w \Leftrightarrow z' = wz$

LIVEWORKSHEETS

2. LUYỆN TẬP

Câu 1: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm $M(a;b)$ trong mặt phẳng phức Oxy.

B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.

C. Số phức $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$.

Câu 2: Cho số phức $z = a + bi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $z + \overline{z} = 2bi$. **B.** $z - \overline{z} = 2a$. **C.** $z.\overline{z} = a^2 - b^2$. **D.** $|z^2| = |z|^2$.

Câu 3: Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần thực là :

A. $a^2 + b^2$. **B.** $a^2 - b^2$. **C.** $a + b$. **D.** $a - b$.

Câu 4: Cho số phức $z = 1 + 3i$. Số phức z^2 có phần thực là

A. -8. **B.** 10. **C.** $8 + 6i$. **D.** $-8 + 6i$.

Câu 5: Phần thực của số phức $z = \dfrac{3 - 4i}{4 - i}$ bằng

A. $\dfrac{16}{17}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{13}{17}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 6: Số phức z thỏa mãn $z + 2\left(z + \overline{z}\right) = 2 - 6i$ có phần thực là

A. -6. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 7: Phần thực của số phức $(1+i)^2(2-i)z = 8 + i + (1+2i)z$ là

A. -6. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 8: Phần ảo của số phức $z = \dfrac{(1-2i)^2}{(3+i)(2+i)}$ là

A. $-\dfrac{1}{10}$. **B.** $-\dfrac{7}{10}$. **C.** $-\dfrac{i}{10}$. **D.** $\dfrac{7}{10}$.

Câu 9: Tính $z = (2i - 1)(3 - i)(6 - i)$

A. 1. **B.** $43i$. **C.** $1 + 43i$. **D.** $1 - 43i$.

Câu 10: Tìm phần thực của số phức $z = \dfrac{2 - 3i}{(1-i)(2+i)}$

A. $\dfrac{9}{10}$. **B.** $-\dfrac{9}{10}$. **C.** $-\dfrac{7i}{10}$. **D.** $-\dfrac{7}{10}$.

LIVEWORKSHEETS

Câu 11: Phần thực và ảo của số phức $z=\frac{2i(1-3i)}{(1+i)^2}$ lần lượt là:

A. $-3;1$. **B.** $1;3$. **C.** $-3;-1$. **D.** $1;-3$.

Câu 12: Phần thực của số phức $z=\frac{3-i}{2+i}+\frac{3+2i}{1-i}$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 13: Biểu diễn số phức $z=1-2i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z=a+bi$ là số phức:

A. $\overline{z}=-a+bi$. **B.** $\overline{z}=b-ai$. **C.** $\overline{z}=-a-bi$. **D.** $\overline{z}=a-bi$.

Câu 15: Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là số phức:

A. $\overline{z}=-2+3i$. **B.** $\overline{z}=3-2i$. **C.** $\overline{z}=2+3i$. **D.** $\overline{z}=3+2i$.

Câu 16: Cho $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $1+i\sqrt{3}$. **C.** $1-i\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: Cho số phức $z_1=1+3i,\ z_2=2-i$, giá trị của $A=(2z_1-\overline{z}_2)(\overline{z}_1+3z_2)$ là.

A. $30-35i$. **B.** $30+35i$. **C.** $35+30i$. **D.** $35-30i$.

Câu 18: Tìm $\overline{z}$ biết $z=\frac{3i-2}{i+1}$.

A. $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$. **B.** $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$. **C.** $-\frac{1}{2}i+\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}i+\frac{5}{2}$.

Câu 19: Tìm $\overline{z}$ biết $z=\frac{(3i+1)(i+2)}{2-i}$.

A. $-\frac{9}{5}+\frac{13}{5}i$. **B.** $-\frac{9}{5}-\frac{13}{5}i$. **C.** $\frac{9}{5}-\frac{13}{5}i$. **D.** $\frac{9}{5}+\frac{13}{5}i$.

Câu 20: Tìm $A=\overline{\left(\frac{1-2i}{3-i}\right)}$.

A. $\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$.

Câu 21: Cho $z_1=(3-2i)^2$, $z_2=(1+i)^2$, giá trị của $A=\overline{z_1+z_2}$ là.

A. $5-10i$. **B.** $-5-10i$. **C.** $5+10i$. **D.** $-5+10i$.

LIVEWORKSHEETS

Câu 22: Cho $z_1=(3+2i)^3$, $z_2=(2-i)^2$, giá trị của $A=\overline{z}_1+\overline{z}_2$ là.

A. $-6-42i$. **B.** $-8-24i$. **C.** $-8+42i$. **D.** $6+42i$.

Câu 23: Cho $z=1+2i$, giá trị của $A=\overline{z}.z+z^2+\overline{z}^2$ là.

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z+(2+i)\overline{z}=3+5i$. Phần thực của số phức z là:

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: Số phức $\frac{1}{-5+7i}$ có phần thực là:

A. $\frac{-5}{74}$. **B.** $\frac{5}{74}$. **C.** $\frac{7}{74}$. **D.** $\frac{-7}{74}$.

Câu 26: Số phức $\frac{1}{-2+\sqrt{3}i}$ có phần ảo là:

A. $\frac{-\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{-2}{7}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 27: Cho số phức: $z=\sqrt{2}+i.\sqrt{3}$. Khi đó giá trị $|z.\overline{z}|$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 28: Cho hai số phức: $z_1=1+2i$, $z_2=-2-i$ Khi đó giá trị $|z_1.z_2|$ là

A. 5. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 25. **D.** 0.

Câu 29: Cho hai số phức: $z_1=1+2i$, $z_2=-2-i$ Khi đó giá trị $|z_1.z_2|$ là

A. 5. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 25. **D.** 0.

Câu 30: Cho hai số phức: $z_1=6+8i$, $z_2=4+3i$ Khi đó giá trị $|z_1-z_2|$ là

A. 5. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 10. **D.** 2.

Câu 31: Cho số phức z có phần ảo gấp hai phần thực và $|z+1|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. Khi đó mô đun của z là

A. 4. **B.** 6. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32: Số phức nghịch đảo của số phức $z=1-\sqrt{3}i$ là

A. $z^{-1}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. **B.** $z^{-1}=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$. **C.** $z^{-1}=1+\sqrt{3}i$. **D.** $z^{-1}=-1+\sqrt{3}i$.

Câu 33: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Để z^3 là một số thuần ảo, điều kiện của a và b là

LIVEWORKSHEETS

A. $ab=0$. **B.** $ab^2=3a^3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} a=0;b\neq 0 \\ a\neq 0;a^2=3b^2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a\neq 0;b=0 \\ b\neq 0;a^2=b^2 \end{array}\right.$.

Câu 34: Số phức nào sau đây là số thực:

A. $z=\frac{1-2i}{3-4i}+\frac{1+2i}{3-4i}$. **B.** $z=\frac{1+2i}{3-4i}+\frac{1-2i}{3+4i}$. **C.** $z=\frac{1-2i}{3-4i}-\frac{1+2i}{3+4i}$. **D.** $z=\frac{1+2i}{3-4i}+\frac{1-2i}{3+4i}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn: $\overline{z}=\frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\overline{z}+iz$.

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 36: Phần thực và phần ảo của $z=\frac{i^{2008}+i^{2009}+i^{2010}+i^{2011}+i^{2012}}{i^{2013}+i^{2014}+i^{2015}+i^{2016}+i^{2017}}$ là

A. $0;\ -1$. **B.** $1;\ 0$. **C.** $-1;\ 0$. **D.** $0;\ 1$.

Câu 37: Thu gọn $z=i(2-i)(3+i)$ ta được:

A. $z=2+5i$. **B.** $z=1+7i$. **C.** $z=6$. **D.** $z=5i$.

Câu 38: Tính $z=(1+2i)^3+(3-i)^2$

A. $-3+8i$. **B.** $-3-8i$. **C.** $3-8i$. **D.** $3+8i$.

Câu 39: Cho số phức $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w=1+z+z^2$.

A. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. **B.** $2-\sqrt{3}i$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 40: Cho số phức $z=a+bi$. Khi đó số $\frac{1}{2}(z+\overline{z})$ là:

A. a. **B.** b. **C.** $2bi$. **D.** i.

Câu 41: Thu gọn $z=i+(2-4i)-(3-2i)$ ta được

A. $z=1+2i$. **B.** $z=-1-2i$. **C.** $z=5+3i$. **D.** $z=-1-i$.

Câu 42: Tìm $|z|$ biết $z=(1+2i)(1-i)^2$?

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** 20.

Câu 43: Phần thực số phức z thỏa $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$ là:

A. -6. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z-i\overline{z}=2+5i$. Số phức z cần tìm là:

A. $z=3+4i$. **B.** $z=3-4i$. **C.** $z=4-3i$. **D.** $z=4+3i$.

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z+3(1-i)\overline{z}=1-9i$. Môđun của z bằng:

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{82}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 13.

LIVEWORKSHEETS

Câu 46: Cho số phức z có phần ảo gấp hai phần thực và $|z+1| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Khi đó mô đun của z là

A. 4. **B.** 6. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 47: Với giá trị nào của x, y để: $x+2i = 3-yi$?

A. $x=2; y=3$. **B.** $x=-2; y=3$. **C.** $x=3; y=2$. **D.** $x=3; y=-2$.

Câu 48: Với giá trị nào của x, y để: $(x+y)+(2x-y)i = 3-6i$?

A. $x=-1; y=4$. **B.** $x=-1; y=-4$. **C.** $x=4; y=-1$. **D.** $x=4; y=1$.

Câu 49: Cho x, y là các số thực. Hai số phức $z=3+i$ và $z=(x+2y)-yi$ bằng nhau khi

A. $x=5, y=-1$. **B.** $x=1, y=1$. **C.** $x=3, y=0$. **D.** $x=2, y=-1$.

Câu 50: Cho x, y là các số thực. Hai số phức $z=3+i$ và $z'=(x+2y)-yi$ bằng nhau khi:

A. $x=5, y=-1$. **B.** $x=1, y=1$. **C.** $x=3, y=0$. **D.** $x=2, y=-1$.

LIVEWORKSHEETS