

Actividades: logaritmos y ecuaciones logarítmicas

1. Escribí el logaritmo que se deduce de cada una de estas potencias, como se muestra en el ejemplo.

a. $3^5 = 243 \rightarrow \log_3 243 = 5$

c. $2^{-1} = 0,5 \rightarrow \log_2 0,5 =$

b. $11^2 = 121 \rightarrow \log_{11} 121 =$

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 64 \rightarrow \log_{\frac{1}{4}} 64 =$

2. Resolvé sin usar la calculadora (a y b son positivos y distintos de 1).

a. $\log_3 27 =$

f. $\log_b (b^3) =$

b. $\log_{\frac{1}{2}} 8 =$

g. $\log_{\pi} 1 =$

c. $\log_4 4 =$

h. $\log_a 1 =$

d. $\log_b b =$

i. $\log_{\sqrt{3}} 3 =$

e. $\log_b (b^2) =$

j. $\log_3 (\sqrt{3}) =$

3. Rocío quiere estimar el valor de $\log_7 125$. Pensó...

Como 125 está entre estas dos potencias de 7: $7^2=49$ y $7^3=343$, entonces el $\log_7 125$ está entre 2 y 3.

De la misma manera, estima los logaritmos:

a. $\dots < \log_3 50 < \dots$

b. $\dots < \log_{12} 9 < \dots$

c. $\dots < \log_5 0,1 < \dots$

4. Mariela y Fernando discuten acerca de distintas propiedades que se deducen de la definición de logaritmo, $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

a. Mariela dice: como $\log_a b$ es el exponente al que tengo que elevar a para que dé b ; si al número a lo elevo a ese exponente, obtengo b , o sea, $a^{\log_a b} = b$ ¿Es correcto? Mostralo con un ejemplo.

b. Mariela asegura que el logaritmo de un producto es igual al producto de los logaritmos, $\log_a (x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y$. Fernando dice que es igual a su suma, $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$, porque lo asocia con las potencias de igual base. ¿Quién tiene razón? Intentá demostrar esta propiedad y verificala con un ejemplo.

- c. A partir de la propiedad anterior, deducí a qué es igual el logaritmo de un cociente y explicá por qué.

$$\log_a (x : y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- d. Fernando, que conoce muy bien las propiedades de las potencias, concluyó que $\log_a(x^y)=y \cdot \log_a x$. ¿En qué propiedad pudo basarse para sacar esa conclusión? Verificala con un ejemplo.

- e. ¿Es cierto que $\log_a b = \log_a^n b^n$? Propone un ejemplo que confirme tu respuesta.

5. Aplicá las propiedades para expresar como un solo logaritmo y resolvé mentalmente.

a. $\log_2 20 - \log_2 15 + \log_2 24 = \log \quad =$

b. $\log_{1/3} 21 + \log_3 14 - \log_3 18 = \log \quad =$

6. Aplicando las propiedades, descomponé estos logaritmos de manera de poder calcularlos mentalmente y resolverlos.

a. $\log_2 \left[\frac{16^{-1}}{\sqrt{2}} \right] =$

b. $\log_{\sqrt{5}} \left[(\sqrt{5})^{-2} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \right]^3 =$

7.



En las calculadoras científicas se obtienen logaritmos en base diez con la tecla **log**, o en base **e** con la tecla **ln**.

Para calcular logaritmos en otras bases se hace un “cambio de base”:

$$\log_a b = \frac{\log_w b}{\log_w a}; \text{ con la ventaja de que se puede elegir la nueva base } w.$$

Por ejemplo, para calcular $\log_3 2$ podés hacer **log** **2** **:** **log** **3**, o bien **ln** **2** **:** **ln** **3**.

- a. Verificá que de las dos formas se obtiene el mismo resultado.
-

b. Obtené estos logaritmos con la calculadora.

$$\ln 6,5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \log_2 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\log 278 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \log_6 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

c. ¿Cómo podrías verificar los resultados?

d. Para calcular $\log_{11} 42$ Claudio hizo $\log 42 : \ln 11$; pero cuando quiso verificar su resultado descubrió que tenía un error. Volvió a intentarlo e hizo $\ln 11 : \ln 42$. Nuevamente el resultado que obtuvo no fue el correcto. ¿Cuál fue el error en cada caso?



El pH mide la acidez de una solución, la cual se relaciona con la concentración de iones de hidrógeno. Para calcularla se usa la fórmula $\text{pH} = -\log x$, donde x representa la concentración de iones de hidrógeno de la solución.

La escala para medir el pH va de 0 a 14.

Completá la tabla con el paralelo entre la escala de pH y la concentración de iones de hidrógeno que habrá en la solución.

Sustancia	pH	Moles de hidrógeno por litro (x)
Ácida	$0 < \text{pH} < 7$	$< x <$
Neutra	$\text{pH} = 7$	$x =$
Básica	$7 < \text{pH} < 14$	$< x <$



8.

9.

- a. Explicá los pasos que utilizó Luli para hallar x .

$$\log_2 x + \log_2 (x + 1) = \log_2 6$$

$$\log_2 x + \log_2 (x + 1) - \log_2 6 = 0$$

$$\log_2 [x \cdot (x + 1) : 6] = 0$$

$$2^0 = [x \cdot (x + 1) : 6]$$

$$1 = [x \cdot (x + 1) : 6]$$

$$6 = x \cdot (x + 1)$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = 2 \text{ o bien } x = -3 \quad \text{Usó la fórmula resolvente.}$$

- b. De los valores obtenidos por Luli solo uno es solución de su ecuación. ¿Cuál?
¿Por qué se descarta el otro?

10

Hallá el valor de x y verificá la solución obtenida.

a. $\log_3 (5 - x) + 2 = 0$

c. $\log_3 x + \log_3 (x - 8) = 2$

b. $\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} (x + 2) = 2$

d. $\log_2 (x + 3) = \log_5 \left(\frac{1}{5} \right)$

11.

Resolvé las ecuaciones y analizá la validez de los resultados.

a. $\frac{10^x + 10^x}{10^{x-1} \cdot 10^{2-x}} = 1$

c. $\log(\sqrt{x} - 1) + \log 5 = \log(2x - 5)$

b. $\log_7 (49^x + 7) - \log_7 8 = x$

d. $\ln(x^2 - 1) - \ln(x - 1) = \ln 4$