

LKPD 03

Barisan dan Deret



Anak-anakku, di pertemuan ini, kalian akan melanjutkan mempelajari tentang barisan dan deret, terkait sisipan pada deret geometri dan terkait deret geometri takhingga.

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar:

- 1) Mengidentifikasi ciri deret geometri tak hingga.
- 2) Membuat generalisasi (bentuk umum) jumlahan dari suatu deret geometri takhingga.
- 3) Mengidentifikasi terjadinya pola pada masalah yang berkaitan dengan barisan bilangan.

Lakukan kegiatan pembelajaran berikut.

1. Sebelum kalian mempelajari deret geometri tak hingga, kalian akan mempelajari sisipan pada barisan geometri.

Apabila di antara dua suku yang berurutan dalam suatu barisan geometri dengan rasio r , disisipi k bilangan sehingga terbentuk barisan geometri baru dengan rasio r' . Banyak suku semula adalah n , maka banyak suku setelah disisipi adalah n' .

$$r' = {}^{k+1}\sqrt{r}$$

$$n' = (n - 1)k + n$$

2. Siap berlatih tentang sisipan barisan geometri



- 1) Di antara 2 dan 162 disisipkan 3 bilangan sehingga terbentuk barisan geometri baru. Tentukan rasio barisan geometri baru.

Jawaban:

Rasio semula = $r =$

Banyak bilangan yang disisipkan = $k =$

Rasio setelah disisipi = $r' = \sqrt[k+1]{r} =$

Jadi rasio setelah disisipi adalah

- 2) Diketahui barisan geometri 1 , 8 , 64 , 512. Di antara dua suku yang berurutan disisipkan 2 bilangan sehingga terbentuk barisan geometri baru. Tentukan

- a. Rasio barisan geometri baru
b. Barisan geometri baru

Jawaban:

Rasio semula = $r =$

Banyak bilangan yang disisipkan = $k =$

Rasio setelah disisipi = $r' = \sqrt[k+1]{r} =$

Jadi rasio barisan geometri baru adalah

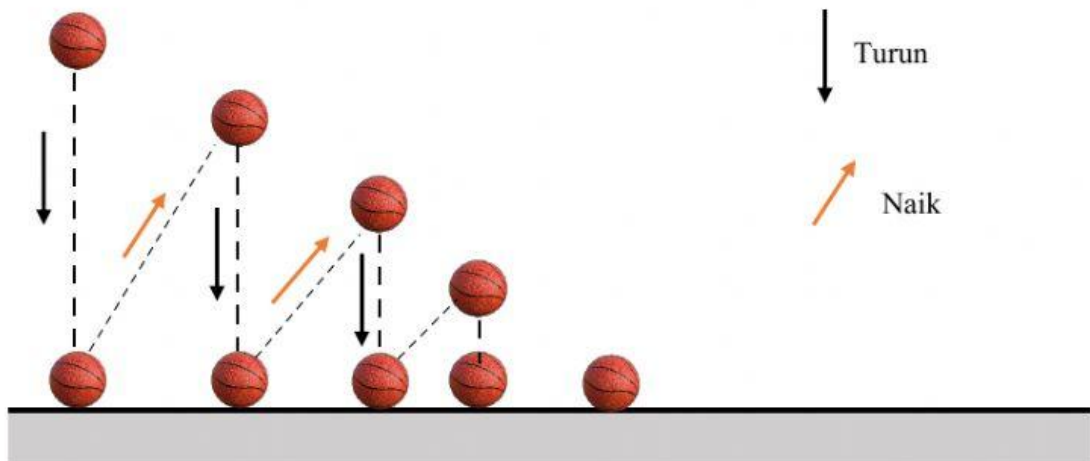
Barisan geometri baru adalah:

1			8			64			512
---	----------------------	----------------------	---	----------------------	----------------------	----	----------------------	----------------------	-----

3. Selanjutnya kalian akan mempelajari materi berikutnya. Simak video berikut.
(*Stimulation*)



Pernahkah kalian bermain basket? Tentu bola basket akan memantul saat kalian melakukan *dribble*. Begitu pula saat bola dijatuhkan, tentu akan memantul dan pantulan bola akan lebih rendah daripada saat dijatuhkan. Kondisi tersebut akan berlangsung terus menerus hingga bola berhenti.



Tinggi bola saat naik adalah sekian bagian dari saat turun, hal tersebut menunjukkan rasio. Kita tidak dapat menjangkau seberapa banyak pantulan tersebut hingga bola berhenti, sehingga permasalahan tersebut merupakan masalah deret geometri tak hingga (∞).

(*Problem Statement*)



Panjang lintasan bola
hingga berhenti?

Panjang lintasan = panjang lintasan saat turun + panjang lintasan saat naik

$$S_{\infty} = S_{\infty \text{ turun}} + S_{\infty \text{ naik}}$$



4. Mencari rumus S_{∞} . (*Data Collection, Data Processing, dan Verification*)

Contoh barisan geometri takhingga:

1) $1, 3, 9, 27, 81, \dots$ (Barisan geometri dengan rasio)

2) $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ (Barisan geometri dengan rasio)

Bentuk umum barisan geometri tak hingga adalah: $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, \dots$

Jumlah n suku pertamanya adalah S_n .

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6 + \dots$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Kalian simak, perhatikan dan catat karena kalian belum mempelajari materi limit.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a - ar^n}{1 - r} \right) \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{1 - r} \right) - \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{ar^n}{1 - r} \right) \\&= \left(\frac{a}{1 - r} \right) - \left(\frac{a}{1 - r} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} r^n\end{aligned}$$

Nampak bahwa $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ditentukan oleh $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$.

Di sisi yang lain, nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ bergantung pada nilai r .

1) Jika $-1 < r < 1$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$

Sehingga diperoleh $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$

Deret geometri tak hingga seperti ini dikatakan konvergen (mempunyai jumlah terbatas)

2) Jika $r < -1$ atau $r > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \pm\infty$

Sehingga $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pm\infty$

Deret geometri tak hingga seperti ini dikatakan divergen (mempunyai jumlah tidak terbatas)

Kesimpulan, rumus jumlah deret geometri tak hingga adalah sebagai berikut.

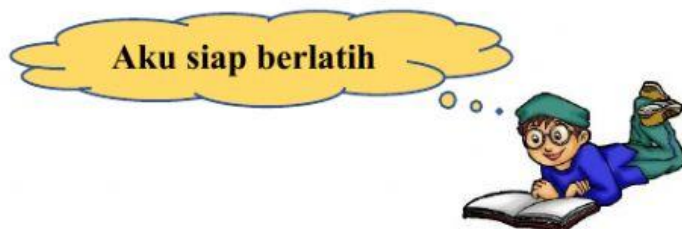
(Generalization)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$$

Atau

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

5. Ayo berlatih.



- 1) Diketahui suku kedua deret geometri takhingga adalah -12. Jika deret tersebut konvergen dan jumlahnya 27, rasionya adalah
- A. $-\frac{4}{3}$
- B. $-\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{2}{3}$
- E. $\frac{4}{3}$
- 2) Sebuah bola dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 5 m dan memantul kembali dengan tinggi $\frac{3}{4}$ dari ketinggian semula. Panjang lintasan bola sampai berhenti adalah
- A. 25 m
- B. 30 m
- C. 35 m
- D. 45 m
- E. 65 m
- 3) Jumlah deret $8 + \frac{16}{3} + \frac{32}{9} + \dots$ adalah ...
- A. 48
- B. 24
- C. 19,2
- D. 18
- E. 16,9

---Selamat Belajar---