

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \sin x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{3}$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \, dx$ B. $S = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$ C. $S = -\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$ D. $S = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \, dx$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và a là số dương khác 1. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\int a \cdot f(x) \, dx = \int f(ax) \, dx$. B. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{a} \int f(ax) \, dx$.
C. $\int a \cdot f(x) \, dx = a \int f(x) \, dx$. D. $\int a \cdot f(x) \, dx = \int f\left(\frac{x}{a}\right) \, dx$.

Câu 3: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$. B. $-3^{-x} + C$. C. $3^{-x} \ln 3 + C$. D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Câu 4: Hàm số $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên mỗi khoảng xác định?

A. $\ln x$. B. $-\frac{1}{x^2}$. C. $\frac{1}{x^2}$. D. $\ln|x|$.

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là:

A. $4^x \cdot \ln 4 + C$. B. $\frac{1}{4^x \cdot \ln 4} + C$. C. $4^x + C$. D. $\frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Câu 6: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx \cdot \int g(x) \, dx$. B. $\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$.
C. $\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx - \int g(x) \, dx$. D. $\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int g(x) \, dx - \int f(x) \, dx$.

Câu 7: Tính tích phân $\int_a^b dx$

A. ab . B. $b - a$. C. $a + b$. D. $a - b$.

Câu 8: Cho số thực $a, b (a < b)$. Nếu hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì

A. $\int_a^b f(x) \, dx = f(b) - f(a)$. B. $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) \, dx = f(a) - f(b)$. D. $\int_a^b f(x) \, dx = F(a) - F(b)$.

Câu 9: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ xác định và liên tục trên R , chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- A. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. B. $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x)-g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. D. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+1$ là

- A. $x^2 + x + C$. B. 2. C. C. D. $x^2 + x$.

Câu 11: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(1;1;1)$ và nhận $\vec{n} = (1;-2;3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $x - 2y + 3z + 2 = 0$. B. $x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 2 = 0$. D. $-x + 2y + 3z - 4 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z+2=0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. (P) song song với mặt phẳng (Oxy) . B. (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxz) .
C. (P) vuông góc với mặt phẳng (Oyz) . D. (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxy) .

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là:

- A. $(-2;0;0)$. B. $(0;0;3)$. C. $(0;1;3)$. D. $(0;1;0)$.

Câu 14: Biết $\int_2^5 f(x)dx = 3$, $\int_2^5 g(x)dx = 9$. Tích phân $\int_2^5 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

- A. 10. B. 3. C. 6. D. 12.

Câu 15: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

- A. $\vec{a}(-1;2;-3)$. B. $\vec{a}(2;-3;-1)$. C. $\vec{a}(-3;2;-1)$. D. $\vec{a}(2;-1;-3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

- A. $M(-1;-1;2)$. B. $M(2;1;0)$. C. $M(2;-1;0)$. D. $M(-1;-1;6)$.

Câu 17: Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi $\int f(2x-3)dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}F(2x-3) + C$. B. $\frac{1}{2}F(2x) - 3 + C$. C. $2F(x) - 3 + C$. D. $F(2x-3) + C$.

Câu 18: Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và các số thực $a < b < c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$. B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$. D. $\int_a^b cf(x)dx = -c \int_b^a f(x)dx$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$.
B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.
C. $\int_a^b kdx = k(a-b), \forall k \in R$.

$$D. \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in (a; b).$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Tính bán kính R của (S) .

- A. 1. B. 9. C. 2. D. 3.

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. D. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 22: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 1)$ B. $(-1; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 4)$.

Câu 23: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là:

- A. $\frac{1}{2} \sin x + C$. B. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $2 \sin 2x + C$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$; $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = -4$

Câu 25: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$.

- A. $F(x) = xe^{x+1}$. B. $F(x) = \frac{x^2}{2} e^x$. C. $F(x) = xe^x - e^x$. D. $F(x) = xe^x + e^x$.

Câu 26: Biết rằng $\int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{R}$. Tính $m + n + 2p$

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 0. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 27: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:

- A. 12. B. 0. C. 8. D. 10

Câu 28: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}-6}{6}$ B. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}+2}{6}$. C. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}-2}{6}$. D. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}+6}{6}$.

Câu 29: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3) dx$ là

- A. 27. B. 3. C. 24. D. 0.

Câu 30: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

- A. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$ B. $2e^x + \tan x + C$. C. $2e^x - \tan x + C$. D. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $d = \frac{5}{9}$. C. $d = \frac{5}{29}$. D. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 32: Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được

- A. $I = \int_0^1 t^3 dt$. B. $I = 3 \int_0^1 t dt$. C. $I = 3 \int_0^1 t^3 dt$. D. $I = 3 \int_0^1 t^2 dt$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overline{CE} = 2\overline{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

- A. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$. B. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. D. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$ và (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_1 = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $\vec{n}_4 = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. C. $\vec{n}_2 = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$. D. $\vec{n}_3 = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.

II. TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$.

Câu 37: (1,0 điểm) Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy $12cm$. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α) .

Câu 38: (0,5 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 2x \quad \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính $f(4)$.

Câu 39: (0,5 điểm) Tính $I = \int_0^{\pi^2} \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx$?