

ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

Эти равенства называют основными тригонометрическими тождествами.

Пример 1. Упростите выражение $1 - \cos^2 x$.

Решение: Используем для решения формулу $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. $\Rightarrow 1 - \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x$

Пример 2. Найдите значение $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Решение: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$

$$\Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25-16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} : \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

Задание 1. Закончите формулу: $\sin^2 x + \cos^2 x =$

Задание 2. Выразите $\sin x$ из предыдущей формулы:

1. $\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$

2. $\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos x}$

3. $\sin x = \pm(1 - \cos^2 x)$

4. $\sin x = \pm(1 - \cos x)$

5. $\sin x = \pm \sqrt{1 + \cos^2 x}$

Задание 3. Выразите $\cos x$ из предыдущей формулы:

1. $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x}$

2. $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin x}$

3. $\cos x = \pm(1 - \sin^2 x)$

4. $\cos x = \pm \sqrt{1 + \cos^2 x}$

Задание 4. Упростите выражение $\sin x \cdot \operatorname{ctgx} = \dots$

$$\cos x \qquad \sin x \qquad 1 \qquad \operatorname{tgx}$$

Задание 5. Установите соответствие:

$$\operatorname{tgx} \cdot \operatorname{ctgx} = \dots \qquad \sin x$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 1 = \dots \qquad 1$$

$$\operatorname{tgx} \cdot \cos x = \dots \qquad \frac{1}{\sin^2 x}$$

Задание 6. Если $\operatorname{tgx} = 3$, то

1. $\operatorname{ctgx} = \frac{1}{3}$

2. $\operatorname{ctgx} = 3$

3. $\operatorname{ctgx} = -\frac{1}{3}$

Задание 7. Если $\sin x = 0,4$, а $\cos x = 0,2$, то $\operatorname{tgx} = \dots$

Задание 8. Если $\operatorname{tgx} = 2$, то $\frac{1}{\cos^2 x} = \dots$

Задание 9. Упростите выражение:

$$\operatorname{tgx} - \frac{\cos x - 1}{\sin x} =$$

$$\frac{1}{\sin x} \qquad \sin x \qquad -1$$

Задание 10. Найдите значение $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

В ответ запишите значение тангенса, умноженное на 4. Ответ: