

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Regla práctica

Para **sumar dos (o más) polinomios**, se coloca uno bajo el otro, haciendo coincidir, en la misma columna, los monomios semejantes.

Regla práctica

Para restar dos polinomios, se suma el primero con el opuesto del segundo. Es decir, se le cambia el signo al segundo y se suman.

En la web

Practica la suma y la resta de polinomios.

Suma de polinomios

Para sumar dos o más polinomios, tendremos en cuenta lo que ya sabemos sobre la suma de monomios.

Por ejemplo, sumemos los polinomios $A = 2x^3 - 3x^2 + 6$ y $B = x^2 - 5x + 4$.

- Con lo que ya sabemos, podríamos actuar así:

$$\begin{aligned} A + B &= (2x^3 - 3x^2 + 6) + (x^2 - 5x + 4) = 2x^3 - 3x^2 + 6 + x^2 - 5x + 4 = \\ &= 2x^3 - 3x^2 + x^2 - 5x + 6 + 4 = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 10 \end{aligned}$$

- En la práctica, se suele hacer de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} A \rightarrow 2x^3 - 3x^2 + 0x + 6 \\ B \rightarrow + x^2 - 5x + 4 \\ \hline A+B \rightarrow 2x^3 - 2x^2 - 5x + 10 \end{array}$$

Resta de polinomios

Restemos los mismos polinomios A y B de antes.

- Con lo que ya sabemos, podríamos actuar como sigue:

$$\begin{aligned} A - B &= (2x^3 - 3x^2 + 6) - (x^2 - 5x + 4) = 2x^3 - 3x^2 + 6 - x^2 + 5x - 4 = \\ &= 2x^3 - 3x^2 - x^2 + 5x + 6 - 4 = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 2 \end{aligned}$$

- En la práctica, se suele hacer así:

$$\begin{array}{r} A \rightarrow 2x^3 - 3x^2 + 0x + 6 \\ -B \rightarrow \quad \quad -x^2 + 5x - 4 \\ \hline A - B \rightarrow 2x^3 - 4x^2 + 5x + 2 \end{array}$$

Hazlo tú

Copia y completa.

a)
$$\begin{array}{r} x^2 + 5x - 7 \\ + x^2 - 8x + 5 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} -x^2 + 3x - 9 \\ + \quad \boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} \\ \hline 3x^2 + 2x - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 3x^3 - 6x^2 + 8x + 2 \\ + 2x^3 + 2x^2 - 6x - 9 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 - \square - 1 \\ + \square \square + x + \square \\ \hline 3x^3 - 6x^2 - 5x + 3 \end{array}$$

Producto de un polinomio por un número

Recuerda que para multiplicar un número por una suma, debemos multiplicar el número por cada sumando (propiedad distributiva).

Ejemplo

Rec

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 5x - 1 \\ \times 2 \\ \hline 2x^3 - 8x^2 + 10x - 2 \end{array} \rightarrow (x^3 - 4x^2 + 5x - 1) \cdot 2 = 2x^3 - 8x^2 + 10x - 2$$

Hazlo tú

Calcula.

a) $3 \cdot (2x + 5) = \square \square$ b) $5 \cdot (x^2 - x) = \square \square$
 c) $7 \cdot (x^3 - 1) = \square \square$ d) $(-2) \cdot (5x - 3) = \square \square$

Calcula

$$A(x) = 4x^2 + 3$$

$$B(x) = 3x^2 - 2x + 3$$

$$C(x) = x^3 + 3x - 4$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot A(x) - 3 \cdot B(x) &= 2 \cdot (4x^2 + 3) - 3 \cdot (3x^2 - 2x + 3) = \\ &= \square \square \square \square = \square \square \square \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot A(x) - 2 \cdot B(x) - C(x) &= \\ = \square \square \square \square - \square \square \square \square - \square \square \square \square &= \square \square \square \square \square \square \end{aligned}$$

$\quad \quad \quad 3 \cdot A(x) \quad \quad - 2 \cdot B(x) \quad \quad - C(x)$

Producto de dos polinomios

- El **producto** de dos polinomios se halla **multiplicando cada uno de los monomios de uno de ellos por todos los monomios del otro y sumando** (o restando) los polinomios obtenidos en esas multiplicaciones.
- Para multiplicar dos polinomios es necesario aplicar la **propiedad distributiva**.

EJEMPLO

Multiplica los siguientes polinomios: $P(x) = 7x^3 + 2x^2 + x - 7$ y $Q(x) = x^2 + 3$

Vamos a resolver el ejercicio multiplicando en línea:

$$\begin{aligned}
 P(x) \cdot Q(x) &= (7x^3 + 2x^2 + x - 7) \cdot (x^2 + 3) = \\
 &= \boxed{7x^3 \cdot x^2 + 7x^3 \cdot 3} + \boxed{2x^2 \cdot x^2 + 2x^2 \cdot 3} + \boxed{x \cdot x^2 + x \cdot 3} - \boxed{7 \cdot x^2 + 7 \cdot 3} \\
 &= 7x^5 + 21x^3 + 2x^4 + 6x^2 + x^3 + 3x - 7x^2 - 21 \\
 &= 7x^5 + 2x^4 + 22x^3 - x^2 + 3x - 21
 \end{aligned}$$

Se multiplican todos los monomios de un polinomio por todos los monomios del otro polinomio.

Solo se suman términos semejantes.

$$P(x) \cdot Q(x) = 7x^5 + 2x^4 + 22x^3 - x^2 + 3x - 21$$

También puedes hacerlo así:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 7x^3 & +2x^2 & +x & -7 \\
 \times & x^2 & +3 \\
 \hline
 & 21x^3 & +6x^2 & +3x & -21 \\
 +7x^5 & +2x^4 & +x^3 & -7x^2 & \\
 \hline
 +7x^5 & +2x^4 & +22x^3 & -x^2 & +3x & -21
 \end{array}
 \end{array}$$

Hazlo tú

Considerando los polinomios:

$$A(x) = \begin{array}{cc} & 2 \\ 2x & -1 \end{array}$$

$$B(x) = \begin{array}{cc} & 2 \\ -2x & +3x & -5 \end{array}$$

$$B(x) \cdot A(x) =$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 -2x^2 & +3x^2 & -5x^2 \\
 \times & 2x & -1 \\
 \hline
 & & & & \\
 & & & & \\
 \hline
 & & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

$$B^2(x) = B(x) \cdot B(x) =$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 -2x^2 & +3x^2 & -5x^2 \\
 \times & -2x^2 & +3x^2 & -5x^2 \\
 \hline
 & & & & \\
 & & & & \\
 \hline
 & & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

$$A^2(x) = A(x) \cdot A(x) =$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 2x^2 & -1x^2 \\
 \times & 2x^2 & -1x^2 \\
 \hline
 & & & & \\
 & & & & \\
 \hline
 & & & &
 \end{array}
 \end{array}$$