

CUADERNO DE APOYO

2° MEDIO

2022

ÁLGEBRA



SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA

$<$	ES MENOR QUE	=	ES IGUAL A
$>$	ES MAYOR QUE	\neq	ES DISTINTO DE
\leq	ES MENOR O IGUAL QUE	\equiv	ES EQUIVALENTE A
\geq	ES MAYOR O IGUAL QUE	\sim	ES SEMEJANTE A
\perp	ES PERPENDICULAR A	\cong	ES CONGRUENTE CON
$//$	ES PARALELO A	\in	PERTENECE A
\angle	ÁNGULO	\notin	NO PERTENECE A
\subset	CONTENIDO EN	\overline{AB}	TRAZO AB
\forall	PARA TODO	\exists	EXISTE
\Rightarrow	IMPLICA	\cup	UNIÓN ENTRE CONJUNTOS
\Leftrightarrow	SI Y SOLO SI (DOBLE IMPLICANCIA)	\cap	INTERSECCIÓN ENTRE CONJUNTOS

“Las matemáticas permiten que mantengamos un estado permanente de asombro ante la naturaleza y los límites de nuestro pensamiento, y que nos preguntemos por nuestro lugar en este enorme universo.

(CLIFFORD A. PICKOVER. EL LIBRO DE LAS MATEMATICAS 2013.)



APRENDIZAJES ESPERADOS ESPECÍFICOS

OA 01

Identificar patrones en multiplicaciones de expresiones algebraicas no fraccionarias.

OA 02

Factorizar expresiones algebraicas no fraccionarias.

OA 03

Establecer estrategias para resolver ecuaciones lineales.

OA 04

Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.

OA 05

Realizar composiciones de funciones y establecer algunas propiedades algebraicas de esta operación.

OA 06

Resolver problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado.

OA 06

Resolver problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado.



ALGEBRA y FUNCIONES:

La palabra **álgebra** deriva del nombre del libro “**Al-jabr- Al-muqabala**” escrito en el año 825 D.C. por el matemático y astrónomo musulmán **Mohamed ibn Musa Al-Khwarizmi**. El álgebra es la rama de la matemática que estudia estructuras, relaciones y cantidades de un modo más general que la aritmética, pues utiliza letras o símbolos que pueden tomar cualquier valor para desarrollar distintos tipos de problemas que pueden tener múltiples y cambiantes factores que intervengan.

Para trabajar con el álgebra es necesario conocer el denominado Lenguaje Algebraico, mediante el cual escribimos frases y proposiciones del lenguaje común, por medio de símbolos y letras para que de esta manera podemos plantear problemas que se quieren resolver. Para hacer un lenguaje más fluido.

... un poco de historia

Carl Friedrich tenía siete años cuando ingresó a la escuela primaria St. Catherine. Su profesor fue J. G. Büttner, un maestro tradicional que, en general, consideraba a sus alumnos como incapaces y poco inteligentes.

Sin embargo, pronto descubrió que Gauss era diferente. ¿Cómo lo descubrió? Cuando ocurrió el siguiente episodio, una mañana en el salón de clases:

El profesor, ante un grupo de niños de alrededor de 10 años de edad, estaba molesto por algún mal comportamiento del grupo y les puso un problema en el pizarrón que según él les tomaría un buen rato terminar; así, de paso, podría descansar. En esos tiempos los niños

llevaban una pequeña pizarra en la cual hacían sus ejercicios.

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \cdots \quad 50 \\ \hline 100 \quad 99 \quad 98 \quad 97 \quad \cdots \quad 51 \\ \hline 101 \quad 101 \quad 101 \quad 101 \quad \quad 101 \rightarrow 5050 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 50 \end{array}$$

Y el profesor dijo que mientras fueran acabando pusieran las pizarras en su escritorio para que luego las revisara. El problema

consistía en sumar los primeros cien números enteros, es decir, encontrar la suma de todos los números del 1 al 100. A los pocos segundos de haber planteado el problema se levantó un niño y depositó su pizarra sobre el escritorio del maestro. Éste, convencido de que aquel niño no quería trabajar, ni se molestó en ver el resultado; prefirió esperar a que todos terminaran.



Un poco más de media hora después comenzaron a levantarse los demás niños para dejar su pizarra, hasta que finalmente todo el grupo terminó. Para sorpresa del profesor, de todos los resultados el único correcto era el del primer muchacho, mando a llamar al chico y le preguntó si estaba seguro de su resultado y cómo lo había encontrado tan rápido; el niño respondió:

"Mire maestro, antes de empezar a sumar mecánicamente los 100 primeros números me di cuenta que si sumaba el primero y el último obtenía 101; al sumar el segundo y el penúltimo también se obtiene 101, al igual de sumar el tercero con el antepenúltimo, y así sucesivamente hasta llegar a los números centrales que son 50 y 51, que también suman 101. Entonces lo que hice fue multiplicar 101 x 50 para obtener mi resultado de 5.050."

De esta manera aparentemente simple, Gauss había encontrado la propiedad de la simetría de las progresiones aritméticas, derivando la fórmula de la suma para una progresión aritmética arbitraria - fórmula que, probablemente, Gauss descubrió por sí mismo.

Este acontecimiento marcó el camino en su vida. Büttner inmediatamente percibió que poco más tenía para enseñar a Gauss y le dio el mejor libro escolar de aritmética, especialmente encomendado de Hamburgo.





LENGUAJE ALGEBRAICO

Signos del Algebra

En la escritura algebraica generalmente se representa a cantidades que nos son conocidas por las primeras letras del alfabeto ($a; b; c; d; e; \dots$), y para representar las cantidades que nos son desconocidas utilizaremos las ultimas letras del alfabeto ($\dots v; w; x; y; z$). Para unir estas cantidades utilizamos signos de operación, de relación y de agrupación, los cuales son:

- Signos de operación:

- $a + b$ a más b
- $a - b$ a menos b
- $a \cdot b$ a multiplicado por b (o simplemente, a por b)
- $a : b$ (o $\frac{a}{b}$) a dividido por b
- a^b a elevado a b
- $\sqrt[b]{a}$ la raíz b-ésima de a.

- Signos de relación:

- $=$ igual a
- $>$ mayor que
- $<$ menor que.

- Signos de agrupación: paréntesis

Lenguaje Algebraico

Para poder trabajar con el álgebra es necesario manejar la equivalencia entre el lenguaje común o cotidiano con el lenguaje algebraico. A continuación haremos un paralelo entre los dos lenguajes, para así poder aplicarlo en el planteamiento de problemas.

**Lenguaje Algebraico:****Lenguaje cotidiano:**

$+$	Más, suma, adición, añadir, aumentar
$-$	Menos, diferencia, disminuido, exceso, restar
\cdot	De, del, veces, producto, por, factor
$:, \div$	División, cuociente, razón, es a
$=$	Igual, es da, resulta, se obtiene, equivale a
x	Un número cualquiera
$x + 1$	Sucesor de un número
$x - 1$	Antecesor de un número
$2x$	Doble de un número, duplo, dos veces, número par, múltiplo de dos
$3x$	Triple de un número, triple, tres veces, múltiplo de 3
$4x$	Cuádruplo de un número
x^2	Cuadrado de un número
x^3	Cubo de un número
$\frac{1}{2}x$ ó $\frac{x}{2}$	Mitad de un número, un medio de
$\frac{1}{3}x$ ó $\frac{x}{3}$	Tercera parte de un número, un tercio de
$\frac{1}{x}$	Inverso multiplicativo
$2x + 1$ ó $2x - 1$	Número impar
$\frac{x+y}{2}$	Semi suma de dos números
$\frac{x-y}{2}$	Semi diferencia de dos números
$x, x + 1, x + 2, x + 3, \dots$	Números consecutivos
$2x, 2x + 2, 2x + 4, 2x + 6, \dots$	Números pares consecutivos
$2x + 1, 2x + 3, 2x + 5, 2x + 7, \dots$	Números impares consecutivos
$4x, 4x + 4, 4x + 8, 4x + 12, \dots$	Múltiplos consecutivos de 4
$5x, 5x + 5, 5x + 10, 5x + 15, \dots$	Múltiplos consecutivos de 5
$10x + y$	Número de dos cifras, Número de dos dígitos



EXPRESIONES ALGEBRIACAS

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y símbolos o letras relacionadas entre sí por las operaciones básicas. Se pueden clasificar, según la cantidad de términos algebraicos que contengan, en:

- Monomio : un término algebraico
- Binomio : dos términos algebraicos
- Trinomio : tres términos algebraicos
- Polinomio : más de 3 términos algebraicos

Cada término algebraico está compuesto por el **coeficiente numérico**, y el **factor literal**. Además, el **grado de un término algebraico** corresponde a la suma de los exponentes que contenga el factor literal.

Por otra parte el **grado de una expresión algebraica** corresponde al mayor grado entre los **término algebraicos** que lo componen.

EVALUACION Y REDUCCION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

La **evaluación** o **valoración** de expresiones algebraicas, corresponde a determinar el valor numérico que representa para ciertos valores de las letras o variables que la componen. Para ello, se deben reemplazar dichos valores en la expresión y luego calcular el resultado.

Ejemplo:

Javier contrató un plan de celular cuyo COSTO (C) en pesos, está determinado por la siguiente expresión:

$$C = 10.000 + 45x + 35z$$

Cantidad de minutos
hablados "x"

Cantidad de mensajes de
texto enviados "z"

Si en enero Javier hablo 80 minutos y envió 23 msm, para determinar el pago de enero se puede valorizar la expresión algebraica considerada para el cálculo de la cuenta telefónica.



$$\begin{aligned}C &= 10.000 + 45 \cdot 80 + 35 \cdot 23 \\C &= 10.000 + 3600 + 805 \\C &= 10.000 + 4405 \\C &= \$14.405\end{aligned}$$

Por tanto Javier debe pagar \$14.405 por el mes de enero.

Términos Semejantes

Dos o más términos son semejantes si tienen la misma parte literal (iguales letras e iguales exponentes).

12p, -3,5p y 7p son términos semejantes.

Solo teniendo términos semejantes tu puedes sumar o restar.

Para reducir términos semejantes debemos agrupar dichos términos algebraicos y luego operar los coeficientes numéricos que los relacionen, conservando el factor literal.

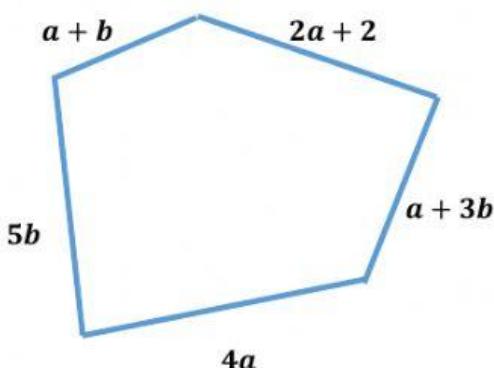
$$3xy + 2xy^2 + 6xy - 3xy^2$$

Operemos la anterior expresión algebraica:

$$3xy + 6xy + 2xy^2 - 3xy^2 =$$

$$9xy - xy^2$$

Encontremos una expresión que nos permita encontrar el perímetro de la siguiente figura:



$$\begin{aligned}P &= 2a + 2 + a + 3b + 4a + 5b + a + b \\P &= 2a + a + 4a + a + b + 3b + 5b + 2 \\P &= 8a + 9b + 2\end{aligned}$$