Latihan 1.4

12. Misal * adalah operasi biner pada himpunan tak kosong A. Buktikan bahwa jika A memuat sebuah elemen identitas terhadap *, maka elemen identitas tersebut tunggal.

    Bukti: (hint : misalkan ada 2 elemen identitas, lalu buktikan ternyata sama)

    Misal $e_1, e_2 \in A$ adalah elemen identitas terhadap * pada A maka berlaku $x * e_1 = e_1 * x = x$ dan $x * e_2 = e_2 * x = x$, untuk setiap $x \in A$

    a. Karena $e_1 \in A$ dan e_2 elemen identitas pada A maka sesuai def. berlaku

       $e_1 = e_1 * e_2 = e_2 * e_1$ **(hint : pandang e_1 sebagai elemen dan e_2 sebagai identitas)**

    b. Karena $e_2 \in A$ dan e_1 elemen identitas pada A maka sesuai def. berlaku

       $e_2 = e_2 * e_1 = e_1 * e_2$ **(hint : pandang e_2 sebagai elemen dan e_1 sebagai identitas)**

    Dari (a) dan (b) berlaku $e_1 = e_1 * e_2 = e_2 * e_1 = e_2$.

    Karena $e_1 = e_2$ maka elemen identitas tunggal

13. Misal * adalah operasi biner assosiatif pada himpunan A yang memuat elemen identitas. Buktikan bahwa invers dari suatu elemen adalah tunggal jika ada.

    Bukti: (hint : lakukan dengan langkah serupa nomor 12)

    Misal $e \in A$ adalah elemen identitas.

    Ambil $x \in A$ dan x memiliki invers terhadap *

    Misal y_1 dan y_2 adalah invers x maka sesuai definisi invers, berlaku

    .....

    ..... (1)

    (lengkapi bukti pada tempat yang disediakan)

    Perhatikan bahwa

    $y_1 = e * y_1$ **(karena e elemen identitas)**

    $= (.... * .....) * y_1$ **(berdasarkan pada hasil (1))**

    $= .... * (..... * y_1)$ **(berdasarkan yang diketahui pada soal, * assosiatif)**

    $= .... * e$ **(berdasarkan pada hasil (1))**

    $= y_2$ **(lengkapi bukti)**

    Karena $y_1 = y_2$ maka invers bersifat tunggal.



LIVEWORKSHEETS

Sub bab 1.7 RELASI

DEFINISI : **Relasi**

Sebuah **relasi** (**relasi biner**) pada himpunan tak kosong A adalah himpunan tak kosong R yang berisi pasangan-pasangan berurut (x, y) dimana x dan $y \in A$

Perhatikan bahwa (x, y) dapat ditulis sebagai xRy dibaca x berelasi dengan y

Example 1 Let $A = \{-2, -5, 2, 5\}$ and $R = \{(5, -2), (5, 2), (-5, -2), (-5, 2)\}$. Then $5R2$, $-5R2$, $5R(-2)$, and $(-5)R(-2)$, but $2 \not R 5$, $5 \not R 5$, and so on. As is frequently

DEFINISI : **Relasi Ekivalen**

Sebuah relasi R pada himpunan tak kosong A adalah **relasi ekivalen** jika $\forall x, y, z \in$ memenuhi kondisi berikut ini:

1. xRx, untuk setiap $x \in A$ (sifat reflektif)
2. Jika xRy maka yRx (sifat simetris)
3. Jika xRy dan yRz , maka xRz (sifat transitif)

Salah satu contoh relasi ekivalen yang telah sering kita gunakan adalah "=" pada himpunan bilangan real.

Kerjakan latihan 1.7 nomor : 2 (a, b, h, dan j); 6; 13

Kumpulkan dalam bentuk foto tulisan tangan pembuktian



LIVEWORKSHEETS