

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Materi : Turunan Fungsi Trigonometri

Kelas/Semester : XII/ Gasal

Alokasi Waktu : 30 menit

IPK :

3.3.1 Menentukan turunan fungsi trigonometri dengan menggunakan definisi

3.3.2 Menggunakan sifat-sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri

4.3.1 Menyelesaikan masalah matematis turunan fungsi trigonometri



Nama Siswa :

Kelas :

Petunjuk :

1. Kerjakanlah Lembar Kerja Peserta Didik ini secara berkelompok
2. Bacalah perintah setiap soal dengan cermat
3. Jawablah soal-soal berikut dengan teliti dan tepat
4. Bertanyalah kepada guru jika mengalami kesulitan

Selesaikan permasalahan berikut bersama teman dalam satu kelompok!

Kegiatan 1 Menentukan turunan fungsi trigonometri

1. Dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, tentukan turunan pertama dari $f(x) = \sin x$

Jawab:

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x+h) = \sin(x+h) =$$

dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

dengan menggunakan rumus diperoleh

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x(\cos h) + \cos x(\sin h) - \sin x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x(\cos h - 1) + \cos x(\sin h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x(\cos h - 1)}{h} + \frac{\cos x(\sin h)}{h}$$

$$= \sin x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} + \cos x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h}$$

=

Ingat bahwa:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin A - \sin B =$$

$$2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

jika diubah dalam bentuk

Cara ini berbeda dengan di modul...silahkan dibandingkan

2. Dengan menggunakan definisi $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, tentukan turunan pertama dari $f(x) = \cos x$

Jawab:

Diketahui

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x+h) = \cos(x+h)$$

dengan menggunakan rumus $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, diperoleh

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \sin x \sin h - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos h - 1) - \sin x \sin h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos h - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin h}{h} \\ &= \end{aligned}$$

3. Jika diberikan fungsi $f(x) = \tan x$, dengan $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \tan x$

Jawab:

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Misalkan $u = \sin x$ maka $u' = \cos x$

$v = \cos x$ maka $v' = -\sin x$

jika dimasukkan dalam rumus turunan menjadi

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-}{\cos^2 x} \quad \text{hasilnya menjadi}$$

$$f'(x) = \frac{-}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

Ingat bahwa:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

4. Jika diberikan fungsi $f(x) = \cot x$, dengan $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \cot x$

Jawab:

$$f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

misalkan $u = 1$ maka $u' = 0$

jika $v = \tan x$ maka $v' = \sec^2 x$ (lihat hasil di atas)

masukkan hasilnya dalam $f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$

$$f'(x) = \frac{-}{\tan^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{-}{\tan^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$$

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$f'(x) = - \frac{\quad}{\quad}$$

$$= - \frac{\quad}{\quad} =$$

5. Jika diberikan fungsi $f(x) = \sec x$, dengan $\sec x = \frac{1}{\cos x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \sec x$

Jawab:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$

6. Jika diberikan fungsi $f(x) = \operatorname{cosec} x$, dengan $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

Ingat kembali sifat-sifat turunan fungsi aljabar pada saat kamu kelas XI

Turunan fungsi $f(x) = \frac{u}{v}$ dinyatakan dengan

$$f'(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - uv'}{(v)^2}$$

Tentukan turunan fungsi $f(x) = \operatorname{cosec} x$

Jawab:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ingat bahwa:

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

KESIMPULAN

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $f(x) = \sin x$ | $\rightarrow f'(x) = \cos x$ |
| 2. $f(x) = \cos x$ | $\rightarrow f'(x) = -\sin x$ |
| 3. $f(x) = \tan x$ | $\rightarrow f'(x) = \sec^2 x$ |
| 4. $f(x) = \cot x$ | $\rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec}^2 x$ |
| 5. $f(x) = \sec x$ | $\rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$ |
| 6. $f(x) = \operatorname{cosec} x$ | $\rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$ |

Tes pemahaman

Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

1. $f(x) = 20 \sin x$
2. $f(x) = \cos x + 17 \sin x$
3. $f(x) = \sin x - 3 \cos x$
4. $f(x) = 2x \cos x$
5. $f(x) = x^2 \cos x$
6. $f(x) = \sin x \cos x$

Jawab:

1. $f(x) = 20 \sin x$ maka $f'(x) =$
2. $f(x) = \cos x + 17 \sin x$ maka $f'(x) =$
3. $f(x) = \sin x - 3 \cos x$ maka $f'(x) =$
4. $f(x) = 2x \cos x$ maka $f'(x) =$
5. $f(x) = x^2 \cos x$ maka $f'(x) =$
6. $f(x) = \sin x \cos x$ maka $f'(x) =$