ESCOLA:	
PROFESSOR(A): **Josicleyton da Silva Lima**	
ALUNO(A):	
ÁREA DE CONHECIMENTO: **Matemática e suas tecnologias**	TURMA: 9º **ano**
COMPONENTE CURRICULAR: **Matemática**	
TURNO: **Vespertino**	DATA: _____/_____/ 2021

- **Forma geral de uma equação do 2° grau**

Equações do 2º grau na incógnita x têm a seguinte forma:
$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, onde a, b e c são números reais com $a \neq 0$.

- a é o coeficiente do termo em x^2.
- b é o coeficiente do termo em x.
- c é chamado de termo independente.

> Se $\mathbf{a = 0}$, o termo em x^2 se anula e não temos mais uma equação do 2º grau. Por isso colocamos a condição $\mathbf{a \neq 0}$.

Na equação $4x^2 - 12x + 9 = 0$, temos: $a = 4$, $b = -12$ e $c = 9$. A incógnita é x.
Na equação $t^2 + 3t + 6$, temos: $a = 1$, $b = 3$ e $c = 6$. A incógnita é t.

A equação $5x - 3x^2 = 4 - 2x$ não está na forma $ax^2 + bx + c = 0$.
No entanto, é possível reorganizá-la, escrevendo-a na forma geral:

$$5x - 3x^2 + 2x = 4$$
$$-3x^2 + 7x = 4$$
$$-3x^2 + 7x - 4 = 0$$
$$a = -3;\ b = 7 \text{ e } c = -4$$

> Por uma questão de organização, daremos preferência ao registro na forma geral.

Vimos que devemos ter $a \neq 0$.
No entanto, podemos ter $b = 0$ ou $c = 0$, ou ainda $b = 0$ e $c = 0$.
Nesses casos teremos equações do 2º grau **incompletas**. Veja exemplos:

$2x^2 + 5x = 0$	$x^2 - 16 = 0$	$6x^2 = 0$
$a = 2$	$a = 1$	$a = 6$
$b = 5$	$b = 0$	$b = 0$
$c = 0$	$c = -16$	$c = 0$

Consequentemente, se $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação do 2º grau é chamada de **completa**.

- **Fórmula geral de resolução da equação do 2° grau**

➢ Fórmula de Bhaskara

A Fórmula de Bhaskara funciona para todos os casos, porém, para sua utilização, é conveniente que a equação esteja escrita numa forma padrão: $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, onde a, b e c são chamados de coeficientes. Existem algumas maneiras diferentes de Deduzir a fórmula de Bhaskara, uma delas é a seguinte:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad com \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

O que fazer então com uma equação que esteja no seguinte formato: $4x^2 - 2(x - 1) = x(x + 5)$? Neste caso, deve-se desenvolver a expressão buscando chegar no formato padrão apresentado.

$$4x^2 - 2(x - 1) = x(x + 5)$$
$$4x^2 - 2x + 2 = x^2 + 5x$$
$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$

Note que a equação desenvolvida é semelhante a equação proposta inicialmente, onde se percebe que os coeficientes são $a = 3; b = -7; c = 2$. Logo, pode-se aplicar a Fórmula de Bhaskara, conforme segue:

$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$
$$a = 3; b = -7; c = 2$$
$$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 = 49 - 24 = 25$$
$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2.3} = \frac{7 \pm 5}{6} \rightarrow x_1 = \frac{12}{6} = 2 \quad ou \quad x_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Conclusão: se escrevermos uma equação do 2º grau na sua forma padrão reduzida, facilmente encontraremos os coeficientes a, b e c, e com estes coeficientes aplicamos a Fórmula de Bhaskara e encontramos as raízes da equação.

Discriminante

Porém, existe uma característica importante na Fórmula de Bhaskara que é o termo dentro do radical, chamado de discriminante (Δ): $\Delta = b^2 - 4ac$. O discriminante mostra a quantidade de raízes de uma equação da seguinte forma:

- Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais distintas;
- Se $\Delta = 0$, a equação possui uma raiz real;
- Se $\Delta < 0$, a equação possui duas raízes imaginárias distintas.

Por isso, é conveniente calcularmos o valor do discriminante antes de resolvermos a Fórmula de Bhaskara.

Vamos resolver equações aplicando essa fórmula?

1. $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -10 \end{array}\right\}$$

Identificamos os coeficientes e o termo independente na equação.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta = b^2 - 4ac \\ \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) \\ \Delta = 9 + 40 = 49 \end{array}\right\}$$

Calculamos o valor de Δ.

Agora aplicamos a fórmula para determinar os valores de x:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Fazendo a verificação:
$(-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 10 =$
$= 25 - 15 - 10 = 0$ e
$2^2 + 3 \cdot 2 - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$

Logo, -5 e 2 são as soluções, ou as raízes, da equação $x^2 + 3x - 10 = 0$.

2. $6x^2 + x - 1 = 0$

$a = 6$ $\quad\quad \Delta = b^2 - 4ac$

$b = 1$ $\quad\quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)$

$c = -1$ $\quad\quad \Delta = 1 + 24 = 25$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são as raízes da equação $6x^2 + x - 1 = 0$.

3. $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$a = 2$

$b = -4$

$c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3$

$\Delta = 16 - 24 = -8$

Atenção! Neste caso $\sqrt{\Delta}$ não é um número real.

A equação $2x^2 - 4x + 3 = 0$ não tem raízes reais.

4. $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$

Vamos primeiro encontrar frações equivalentes às dadas e que tenham mesmo denominador:

$$\frac{2x^2}{6} - \frac{3x}{6} = \frac{2}{6}$$

$\frac{2x^2 - 3x}{6} = \frac{2}{6}$ Multiplicando ambos os membros da equação por 6, obtemos:

$2x^2 - 3x = 2$ ou

$2x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Delta = 9 + 16 = 25$

$$x = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 + 5}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e 2 são as raízes da equação.

Exercícios

01. Considere $y^2 - 4y = -6 + 3y$. Escreva essa equação na forma geral e responda às seguintes questões:

a) Qual é a incógnita?

b) Qual é o grau?

c) Qual é o termo independente?

d) Qual é o coeficiente do termo de grau 1?

e) O número 6 é uma solução? E o -1?

02. Resolva as equações do 2º grau usando a fórmula geral.

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$

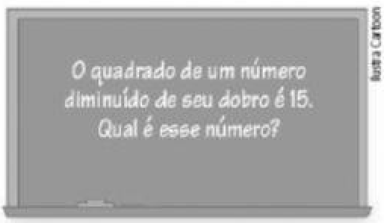
b) $-x^2 + x + 12 = 0$

c) $7x^2 + x + 1 = 0$

d) $x^2 - x - 1 = 0$

03. A soma de um número com o seu quadrado é 30. Calcule esse número.

04.



05. Escreva as equações na forma geral e resolva.

a) $x^2 + 3 = 4x$

b) $-20 = -x - x^2$

c) $13 - 2x - 15x^2 = 0$

d) $4x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + 2x$

e) $x(x - 2) = 2(x + 6)$

f) $x(2x - 1) + 6 = 4(x + 1)$

g) $(x - 1)(x - 2) = 6$

h) $(2x - 3)(x - 8) = 34$

06. Resolva as equações.

a) $(x + 1)^2 = 7 + x$

b) $(x - 2)^2 - x = 1$

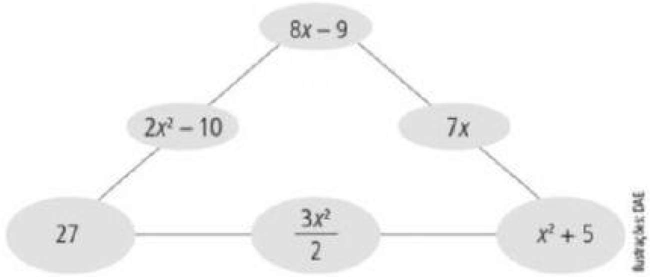
c) $x^2 = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$

d) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + \frac{1}{9} = 0$

e) $x^2 - 3 = \frac{x - 3}{6}$

f) $\frac{x^2 - 5x}{3} + 1 = \frac{2x + 11}{3}$

07. (CPII-RJ) O diagrama abaixo tem um formato que lembra um triângulo. Este "triângulo" é formado por seis números que devem ocupar os espaços indicados. Um desses números (o 27) já foi dado. Os outros você terá de descobrir, sabendo que a soma dos números correspondentes a cada "lado do triângulo" deve ser sempre a mesma.



a) Qual é o valor de x?

b) Complete, no caderno, o "triângulo" com os números correspondentes: